Министерство образования Иркутской области

Государственное бюджетное профессиональное образовательное учреждение

Иркутской области

«Иркутский техникум транспорта и строительства»

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

для выполнения практических работ

по учебной дисциплине ОДУ.04 Математика

по профессии среднего профессионального образования

08.01.07 Мастер общестроительных работ

Квалификация:
мастер общестроительных работ
Форма обучения: очная
Нормативный срок обучения: 2 года 10 месяцев
на базе основного общего образования

Иркутск 2024

Методические рекомендации для практических работ составлены на основании рабочей программы по дисциплине ОДУ.04 Математика

Разработчик: Гордина Г. В., преподаватель

Рассмотрено и одобрено на заседании
ДЦК
Протокол № 9 от 28.05.2024г.

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Настоящие методические рекомендации по дисциплине составлены в соответствии с требованиями ФГОС СПО. Практические задания направлены на экспериментальное подтверждение теоретических положений и формирование учебных практических умений, они составляют важную часть теоретической и профессиональной практической подготовки.

Цель методических рекомендаций: организовать самостоятельную деятельность обучающихся при проведении практических работ.

В результате выполнения практических работ обучающийся будет:

Уметь:

- работать учебником, диаграммами, таблицами, схемами, дополнительными источниками;
- выполнять математические вычисления;
- работать с понятийным материалом.

При выполнении практической работы внимательно прочтите:

1. Тему практической работы и ее цели, запишите тему практической работы в тетрадь;
2. Практическая работа состоит из нескольких частей:

1.теоретические сведения;

2. задание;

Внимательно разберите каждое задание, если вопросы или задания не ясны, следует обратиться за разъяснением к преподавателю.

Работа в тетради выполняется аккуратно, разборчивым подчерком и сдастся на проверку.

3. Внимательно выполняя все указания, Вы успешно и самостоятельно выполните практическую работу.

Критерии оценки

Если практическая работа выполнена в полном объеме и правильно оформлена, то ставится оценка «5». Если практическая работа выполнена более чем на 80-89%, ставится оценка «4». Если практическая работа выполнена более чем на 70-79 %, ставится оценка «3».

Практическая работа №1.

Тема: Арифметические действия над числами, нахождение приближенных значений величин и погрешностей вычислений, сравнение числовых выражений.

Цель: Применение правил действия с приближёнными числами к решению задач, повторение и систематизация знаний.

Методические рекомендации.

Требования к отчету:

Отчет должен содержать решение заданий с указаниями на теоретические факты, использованные при решении.

Критерии оценки

Если практическая работа выполнена в полном объеме и правильно оформлена, то ставится оценка «5». Если практическая работа выполнена более чем на 80-89%, ставится оценка «4». Если практическая работа выполнена более чем на 70-79 %, ставится оценка «3».

Теоретические положения:

Если x - точное значение числа,

a – приближённое значение, то $x \approx a$.

ОПР.

Разность $x - a$ между точным и приближённым значением числа называется погрешностью приближения.

ОПР.

Модуль разности между точным и приближённым значением числа называется абсолютной погрешностью приближения $\Delta a = |x - a|$.

ОПР.

Некоторая цифра приближённого числа считается верной, если его абсолютная погрешность Δa не превышает единицы того разряда, в котором стоит эта цифра. В противном случае цифра называется сомнительной.

Пример.
a = 945,673 ± 0,03
6 – цифра десятых долей, Δa = 0,03
Проверяем: 0,03 < 0,1 – верное неравенство, значит 6 – верная цифра. Цифры, стоящие перед 6 тоже верные.
7 – цифра сотых долей
Проверяем: 0,03 < 0,01 – нет, значит 7 – сомнительная цифра.

ОПР.

Значащими цифрами десятичной дроби называют все её цифры, кроме нулей, расположенных левее первой, отличной от нуля цифры

ОПР.

Значащими цифрами целого числа называют все его цифры, кроме нулей, расположенных в конце числа, если они стоят взамен неизвестных или отброшенных цифр.

0,712 - 3 значащие цифры.
45,03 – 4 значащие цифры
0,0016 - 2 значащие цифры

ОПР.

Относительной погрешностью приближённого значения числа a называется отношение абсолютной погрешности этого числа к модулю приближённого значения. $\sigma = \frac{\Delta a}{} * 100\%$

Правила подсчёта цифр: При сложении и вычитании приближённых чисел в результате сохраняют столько десятичных знаков, сколько их в наименее точном числе.

1. При умножении и делении приближённых чисел в результате сохраняют столько значащих цифр, сколько их в числе с наименьшим количеством значащих цифр.
2. При возведении в степень в результате сохраняют столько значащих цифр, сколько их в основании степени.
3. При извлечении корня сохраняют столько значащих цифр, сколько их в подкоренном выражении.
4. При выполнении промежуточных действий оставляют на один знак больше, чем требуют правила, а в результате запасной знак округляют.
5. Если в вычислениях точность задана заранее, то вычисления ведут с запасным знаком, который в результате округляют

1 вариант.

1 **задание.** Установить число значащих цифр в числе:
а) 649 ; *б*) 0,01405; в) 347|51≈ ; г) 24321≈

2 задание. Определить верные и сомнительные цифры чисел
а) a = 85,263 ± 0,0084 *б*) x = 729,3 ± 1

3 задание. Вычислить значение выражений с оценкой погрешностей, если все числа даны с верными цифрами.
а) 645,27 + 102,234 + 715,645 + 10,2 *б*) $\frac{96{,}891 - 4{,}25}{33{,}3 + 0{,}426}$

4 задание. Округлить число до единиц и найти абсолютную и относительную погрешности приближения : 23,263

2 вариант.

1 **задание.** Установить число значащих цифр в числе:
а) 43,08; *б*) 0,0298 ; в) 353|617≈ ; г) 25|213 ≈

2 задание. Определить верные и сомнительные цифры чисел
а) x = 14,28 ± 0,05 *б*) a = 749,3 ± 1

3 задание. Вычислить значение выражений с оценкой погрешностей, если все числа даны с верными цифрами.
а) 12030 + 645,29 + 748,5 + 1625,375 *б*) $\frac{(0{,}17 + 0{,}2445) \cdot 0{,}56}{1{,}424}$

4 задание. Округлить число до единиц и найти абсолютную и относительную погрешности Приближения: 0,892

Практическая работа №2.

Тема: Вычисление и сравнение корней. Выполнение расчетов с радикалами. Нахождение значений степеней с рациональными показателями. Сравнение степеней. Преобразование выражений, содержащих степени. Решение показательных уравнений

Цель: Повторение и систематизация знаний.

Методические рекомендации.

Требования к отчету:

Отчет должен содержать решение заданий с указаниями на теоретические факты, использованные при решении.

Критерии оценки

Если практическая работа выполнена в полном объеме и правильно оформлена, то ставится оценка «5». Если практическая работа выполнена более чем на 80-89%, ставится оценка «4». Если практическая работа выполнена более чем на 70-79 %, ставится оценка «3».

Теоретические положения:

Опр.

Арифметическим корнем натуральной степени $n \geq 2$ из неотрицательного числа a называется неотрицательное число, n – ая степень которого равна a.

Примеры

1. $\sqrt[3]{64} = 4$, так как 4 > 0 и $4^3 = 64$
2. $\sqrt[3]{125} = 5$, так как 5 > 0 и $5^3 = 125$

Из определения арифметического корня следует, что если $a \geq 0$, то $\left(\sqrt[n]{a}\right)^n = a$ и $\sqrt[n]{a^n} = a$

Свойства арифметического корня:

Арифметический корень n – ой степени обладает следующими свойствами: если $a \geq 0$, $b \geq 0$ и n, m - натуральные числа, причём $n \geq 2$, $m \geq 2$, то

1. $\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$ 2. $\sqrt[n]{\dfrac{a}{b}} = \dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$

3. $\left(\sqrt[n]{a}\right)^m = \sqrt[n]{a^m}$ 4. $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}$

Корень нечётной степени из отрицательного числа a вычисляется следующим образом:

$\sqrt[2k+1]{a} = -\sqrt[2k+1]{|\ a\ |}$

Например, $\sqrt[5]{-32} = -\sqrt[5]{2^5} = -2$

Примеры применения свойств арифметического корня.

1. $\sqrt[4]{27} \cdot \sqrt[4]{3} = \sqrt[4]{27 \cdot 3} = \sqrt[4]{81} = \sqrt[4]{3^4} = 3$
2. $\sqrt[3]{\dfrac{256}{625}} : \sqrt[3]{\dfrac{4}{5}} = \sqrt[3]{\dfrac{256}{625} : \dfrac{4}{5}} = \dfrac{\sqrt[3]{64}}{\sqrt[3]{125}} = \dfrac{4}{5}$
3. $\sqrt[7]{5^{21}} = \sqrt[7]{\left(5^3\right)^7} = 5^3 = 125$
4. $\sqrt[3]{\sqrt[4]{4096}} = \sqrt[12]{2^{12}} = 2$
5. $\left(\sqrt[4]{9}\right)^{-2} = \sqrt[4]{9^{-2}} = \sqrt[4]{\dfrac{1}{81}} = \dfrac{1}{3}$

Опр. Если n – натуральное число, m – целое число и частное $-\dfrac{m}{n}$ является целым числом, то при a > 0 справедливо равенство $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$

Пример

$16^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{16^3} = \sqrt[4]{2^{12}} = 2^3 = 8$

Для любых рациональных чисел p и q и a >0 и b >0 верны равенства:

1. $a^p \cdot a^q = a^{p+q}$
2. $a^p : a^q = a^{p-q}$
3. $\left(a^p\right)^q = a^{p\cdot q}$
4. $(ab)^p = a^p \cdot a^q$
5. $\left(\dfrac{a}{b}\right)^p = \dfrac{a^p}{b^p}$
6. Если $a \neq 0$, то $a^0 = 1$

<u>Опр.</u>

Показательными уравнениями называются уравнения, в которых неизвестное содержится в показателе степени.

1) Простейшие уравнения, т.е. такие, левую и правую части которых можно привести к одному основанию решаются так:

<u>Пример</u>

$5^x = 625 \quad \Rightarrow \quad 5^x = 5^4 \Rightarrow x = 4.$ *Ответ*: $x = 4$

2) Уравнения вида $2^x + 2^{x-1} - 2^{x-3} = 4$ решаются вынесением за скобки степени с наименьшим показателем.

3) Уравнения, вида $7^{2x} - 48 \cdot 7^x = 49$ решаются с помощью подстановки $a^x = y$, сводится к квадратному.

<u>Пример</u>

Решить уравнение: $5^{2x+1} - 26 \cdot 5^x + 5 = 0$

Решение:

$5^x = y$,

$5y^2 - 26y + 5 = 0$,

D = 169 – 25 = 144,

$y_1 = 5$ $y_2 = 1/5$

$5^x = 5$

$x - 1$,

$5^x = 1/5$

$x = -1$

Ответ: $x = 1$ и $x = -1$

4) При решения уравнения вида $a^x = b^x$ обе части уравнения необходимо разделить на b^x, т.к. $b^x \neq 0$

$\dfrac{a^x}{b^x} = 1 \quad \Rightarrow \quad \left(\dfrac{a}{b}\right)^x = 1 \quad \Rightarrow \quad x = 0$.

Решение показательных неравенств сводится к решению простейших неравенств вида

$a^x \succ a^b$

или $a^x \prec a^в$

Если $a > 1$ и $a^x \succ a^b$, то $x > b$

Если $0 < a < 1$ и $a^x \succ a^b$, то $x < b$

1 вариант.

1. Вычислить: а) $\sqrt[5]{3^{10}\cdot 2^{15}}$; б) $\sqrt[4]{3^{12}\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^{8}}$; в) $150^{\frac{3}{2}}:6^{\frac{3}{2}}$; г) $\left(\frac{1}{16}\right)^{-0,75}+810000^{0,25}-\left(7\frac{19}{32}\right)^{\frac{1}{5}}$

2. **Сравнить числа:** а) $2^{\sqrt{3}}$ или $2^{1,7}$; б) $\left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{3}}$ или $\left(\frac{1}{2}\right)^{1,7}$; в) $0,88^{\frac{1}{6}}$ или $\left(\frac{6}{11}\right)^{\frac{1}{6}}$ г) $\left(\frac{1}{12}\right)^{-\frac{1}{4}}$ или $(0,41)^{-\frac{1}{4}}$

3. Упростить выражение: а) $\left(\sqrt[3]{y^2}\right)^3$; б) $\left(\sqrt[3]{a^2}\cdot\sqrt[4]{b^3}\right)^{12}$;

4. Вычислить: а) $\frac{\sqrt[4]{32}}{\sqrt[4]{2}}+\sqrt[6]{27^2}-\sqrt{\sqrt[3]{64}}$; б) $\sqrt[3]{11-\sqrt{57}}\cdot\sqrt[3]{11+\sqrt{57}}$; в) $\left(\sqrt[3]{128}+\sqrt[3]{\frac{1}{4}}\right):\sqrt[3]{2}$

5. Упростить выражение: $\sqrt[3]{\sqrt[3]{a^{18}}}+\left(\sqrt{\sqrt[3]{a^4}}\right)^3$

6. Упростить выражение: а) $\frac{x-y}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}-\frac{x-y}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}$ б) $\frac{x-y}{\sqrt[3]{x}-\sqrt[3]{y}}-\frac{x+y}{\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{y}}$

7. Решить уравнение: а) $\left(\frac{1}{5}\right)^{2-3x}=25$; б) $3^{x-1}-3^{x}+3^{x+1}=63$;

в) $0,2^{\,x^2+4x-5}=1$ г) $4^x+2^x-20=0$; д) $\left(\sqrt{10}\right)^x=10^{x^2-x}$

8. Решить неравенство:

а) $7^{x-2}>49$; б) $\left(\frac{3}{4}\right)^x>1\frac{1}{3}$; в) $9^x-3^x-6>0$; г) $\left(\sqrt{5}\right)^{x-6}<\frac{1}{5}$; д) $\left(\frac{2}{13}\right)^{x^2-1}\geq 1$.

2 вариант

1. Вычислить: а) $\sqrt[3]{2^3\cdot 5^6}$ б) $\sqrt[10]{4^{30}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{20}}$ в) $144^{\frac{3}{4}}:9^{\frac{3}{4}}$;

г) $(0,001)^{-\frac{1}{3}}-2^{-2}\cdot 64^{\frac{2}{3}}-8^{-1\frac{1}{3}}$

2. Сравнить числа: а) $3^{1,4}$ или $3^{\sqrt{2}}$ б) $\left(\frac{1}{3}\right)^{1,4}$ или $\left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{2}}$; в) $0,88^{\frac{1}{7}}$ или $\left(\frac{6}{11}\right)^{\frac{1}{7}}$ г) $\left(\frac{5}{12}\right)^{-\frac{1}{3}}$ или $(0,41)^{-\frac{1}{3}}$

3. Упростить выражение: а) $\left(\sqrt{\sqrt[3]{a^2b}}\right)^6$; б) $\left(\sqrt{a}\cdot\sqrt[3]{b}\right)^6$

4. Вычислить: а) $\sqrt[3]{3\frac{3}{8}}+\sqrt[4]{18}\cdot\sqrt[4]{4\frac{1}{2}}-\sqrt{\sqrt{256}}$; б) $\sqrt[4]{17-\sqrt{33}}\cdot\sqrt[4]{17+\sqrt{33}}$;

в) $\left(\sqrt[3]{9}+\sqrt[3]{6}+\sqrt[3]{4}\right)\cdot\left(\sqrt[3]{3}-\sqrt[3]{2}\right)$

5. Упростить выражение: $\sqrt[3]{\sqrt{x^6y^{12}}}-\left(\sqrt[5]{xy^2}\right)^5$

6. Упростить выражение: а) $\frac{a-в}{a-\sqrt{в}}-\frac{a-в}{a+\sqrt{в}}$; б) $\frac{\sqrt{x}-\sqrt{y}}{\sqrt[4]{x}-\sqrt[4]{y}}-\frac{\sqrt{x}+\sqrt[4]{xy}}{\sqrt[4]{x}+\sqrt[4]{y}}$

7. **Решить уравнение:** а) $0{,}1^{2x-3}=10$; б) $2^{x+3}-2^{x+1}+\ =12$;

в) $\left(2\frac{1}{3}\right)^{-x^2-2x+3}=1$; г) $9^x+3^x-6=0$; д) $100^{x^2-1}=10^{1-5x}$

2. Решить неравенство: а) $3^{x-2}>9$; б) $\left(1\frac{1}{5}\right)^x>\frac{5}{6}$; в) $4^x-2^x<12$;

г) $\left(\sqrt[3]{3}\right)^{x+6}>\frac{1}{9}$; д) $\left(1\frac{2}{7}\right)^{x^2-4}\le 1$.

Требования к отчету:

Отчет должен содержать решение заданий с указаниями на теоретические факты, использованные при решении.

Критерии оценки

Если практическая работа выполнена в полном объеме и правильно оформлена, то ставится оценка «5».Если практическая работа выполнена более чем на 80-89%, ставится оценка «4». Если практическая работа выполнена более чем на 70-79 %, ставится оценка «3». В противном случае работа не засчитывается.

Практическая работа №3.

Тема: Нахождение значений логарифма по произвольному основанию. Переход от одного основания к другому. Вычисление и сравнение логарифмов. Логарифмирование и потенцирование выражений. Решение логарифмических уравнений.

Цель: Закрепление знаний, полученных на занятиях.

Методические рекомендации.

Требования к отчету:

Отчет должен содержать решение заданий с указаниями на теоретические факты, использованные при решении.

Критерии оценки

Если практическая работа выполнена в полном объеме и правильно оформлена, то ставится оценка «5». Если практическая работа выполнена более чем на 80-89%, ставится оценка «4». Если практическая работа выполнена более чем на 70-79 %, ставится оценка «3».

Теоретические положения:

Опр.

Логарифмом числа b по основанию a, где $a > 0$, $a \neq 1$, называется показатель степени, в которую надо возвести число а, чтобы получить число b.

Примеры

1. $\log_5 25 = 2,\ т.к.\quad 5^2 = 25$
2. $\log_3 3 = 1,\quad т.к.\quad 3^1 = 3$

Определение логарифма можно записать так $a^{\log_a b} = b$. Его называют основным логарифмическим тождеством.

При преобразовании и вычислении значений логарифмических выражений применяют свойства логарифмов.

Свойства

1. $\log_a (b \cdot c) = \log_a b + \log_a c$
2. $\log_a \left(\frac{b}{c}\right) = \log_a b - \log_a c$
3. $\log_a b^r = r \cdot \log_a b$
4. $\log_{a^p} b = \frac{1}{p} \cdot \log_a b$

Формула перехода к другому основанию: $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$

Опр.

Десятичным логарифмом числа называют логарифм этого числа по основанию 10 и пишут $lg\, b$ вместо $log_{10} b$

$log_{10} b = lg\, b$

Опр.

Натуральным логарифмом числа называют логарифм этого числа по основанию e, где e - иррациональное число, приближённо равное 2,7. При этом пишут $ln\, b$ вместо $log_e b$, т.е. $log_e b = ln\, b$

Действие нахождения логарифма числа называется *логарифмированием.*

Действие, обратное логарифмированию называется *потенцированием.*

Примеры

1) $\log_6 18 + \log_6 2 = \log_6 36 = 2;$

2) $\log_{12} 48 - \log_{12} 4 = \log_{12} 12 = 1;$

3) $\log_3 3^{\frac{1}{7}} = \frac{1}{7}\log_3 3 = \frac{1}{7}.$

Задача Вычислить $\log_5 \sqrt{3} - \frac{1}{2}\log_5 12 + \log_5 50.$

▶ **Применяя формулы (1) — (3), находим**

$$\log_5 \sqrt{3} - \frac{1}{2}\log_5 12 + \log_5 50 = \log_5 \frac{\sqrt{3}\cdot 50}{\sqrt{12}} =$$

$$= \log_5 25 = 2. \ \triangleleft$$

1 вариант.

1. **Вычислить:** а) $9^{2\log_3 5}$; б) $2\log_{\frac{1}{3}} 6 - \frac{1}{2}\log_{\frac{1}{3}} 400 + 3\log_{\frac{1}{3}} \sqrt[3]{45}$; в) $\dfrac{\log_2 24 - \frac{1}{2}\log_2 72}{\log_3 18 - \frac{1}{3}\log_3 72}$

2. **Найти x по данному логарифму:** $\lg x = 2\lg 2 + \lg(a+b) + \lg(a-b)$

3. **Прологарифмировать выражение:** $x = a^3 b^2 \sqrt{c}$

4. **Решить уравнение:** $\log_9 x^2 + \log_{\sqrt{3}} x = 3$

5. **При каких значениях x имеет смысл выражение:** $\log_6 (49 - x^2)$

2 вариант.

1. **Вычислить:** а) $3^{5\log_3 2}$; б) $\frac{1}{2}\log_7 36 - \log_7 14 - 3\log_7 \sqrt[3]{21}$; в) $\dfrac{\log_7 14 - \frac{1}{3}\log_7 56}{\log_6 30 - \frac{1}{2}\log_6 150}$

2. **Найти x по данному логарифму:** $\log_{\frac{1}{2}} x = \frac{1}{2}\log_{\frac{1}{2}} a - \frac{1}{5}\log_{\frac{1}{2}} b$

3. **Прологарифмировать выражение:** $x = \dfrac{a^4 \sqrt[3]{b}}{c^3}$

4. **Решить уравнение:** $\log_3 x = 9\log_{27} 8 - \log_3 4$

5. **При каких значениях x имеет смысл выражение:** $\log_7 (x^2 + x - 6)$

3 вариант.

1. **Вычислить:** а) $9^{2\log_3 12}$; б) $\log_9 15 + \log_9 18 - \log_9 10$; в) $\dfrac{\log_2 4 + \log_2 \sqrt{10}}{\log_2 20 - 3\log_2 2}$

2. Найти х по данному логарифму: $\log_{\frac{2}{3}} x = \frac{1}{4}\log_{\frac{2}{3}} a + \frac{4}{7}\log_{\frac{2}{3}} b$

3. **Прологарифмировать выражение:** $x = \frac{5a^2c^3}{b^4}$

4. Решить уравнение: $\log_2 x \;\; -2\log_{\frac{1}{2}} x = 9$

5. При каких значениях х имеет смысл выражение: $\log_{\frac{1}{5}}\left(x^2 + 2x + 7\right)$

4 вариант.

1. Вычислить: а) $\left(\frac{1}{2}\right)^{6\log_{\frac{1}{2}} 2}$; б) $\log_8 12 - \log_8 15 + \log_8 20$; в) $\dfrac{3\log_7 2 - \frac{1}{2}\log_7 64}{4\log_5 2 + \frac{1}{3}\log_5 27}$

2. Найти х по данному логарифму: $\log_3 x = 3\log_3 a - 2\log_3 b + \log_3(a+b)$

3. Прологарифмировать выражение: $x = 7a^3b\sqrt[8]{c}$

4. Решить уравнение: $\log_5 x = 2\log_5 3 + 4\log_{25} 2$

5. При каких значениях х имеет смысл выражение: $\log_5\left(x^2 - 4x + 3\right)$

Практическая работа №4.

Тема: Признаки взаимного расположение прямых и плоскостей. Перпендикуляр и наклонная к плоскости. Угол между прямой и плоскостью. Теоремы о взаимном расположении прямой и плоскости. Теорема о трех перпендикулярах

Цель: Закрепление знаний, полученных на занятиях.

Методические рекомендации.

Требования к отчету:

Отчет должен содержать решение заданий с указаниями на теоретические факты, использованные при решении.

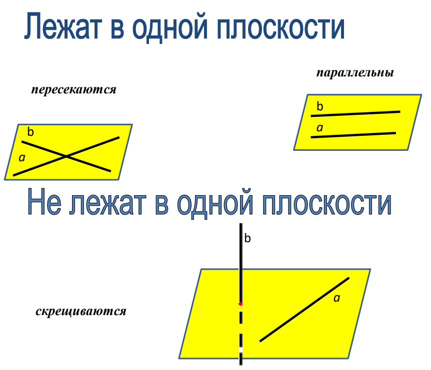
Критерии оценки

Если практическая работа выполнена в полном объеме и правильно оформлена, то ставится оценка «5». Если практическая работа выполнена более чем на 80-89%, ставится оценка «4». Если практическая работа выполнена более чем на 70-79 %, ставится оценка «3».

Теоретические положения:

<u>Опр.</u>

Две прямые в пространстве называются параллельными, если они лежат в одной плоскости не пересекаются

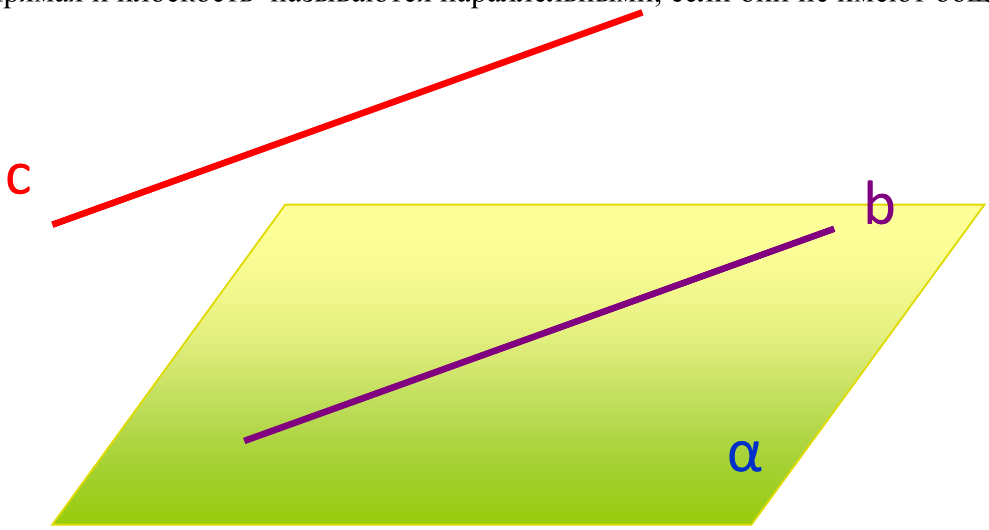


<u>Опр.</u>

Две прямые называются скрещивающимися, если они лежат в одной плоскости

<u>Опр.</u>

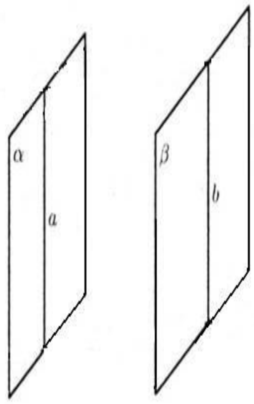
Прямая и плоскость называются параллельными, если они не имеют общих точек



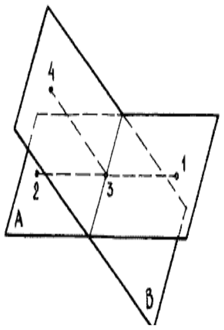
$b \in \alpha$, $c // \alpha$

<u>Опр.</u>

Две плоскости называются параллельными, если они не пересекаются



Параллельные плоскости



Пересекающиеся плоскости

1 вариант.

1) Треугольники АВС и АДС лежат в разных плоскостях и имеют общую сторону АС. Точка Р – середина стороны АД, точка К – середина ДС.

а) Каково взаимное расположение прямых РК и АВ?

б) Чему равен угол между прямыми РК и АВ, если угол АВС равен 40º, а угол ВСА = 80º. Ответ обобщите.

2) Прямые а и в лежат в параллельных плоскостях. Могут ли эти прямые быть

а) параллельными б) скрещивающимися? Сделать рисунок для каждого возможного случая.

3) Точка В не лежит в плоскости Δ АДС. Точки М, N и Р – середины отрезков ВА, ВС, ВД соответственно. а) Доказать, что плоскости (MNP) и (АДС) параллельны; б) Найдите площадь треугольника MNP, если $S_{\Delta АДС} = 48$ см^2.

2 вариант.

1) Основание трапеции АВСД лежит в плоскости α. Через точки В и С проведены параллельные прямые, пересекающие плоскость α в точках Е и F соответственно.

1) Каково взаимное расположение EF и АВ?

2) Чему равен угол между прямыми EF и АВ, если угол АВС = 150º. Ответ обоснуйте.

2) Прямые а и в лежат в пересекающихся плоскостях α и β. Могут ли эти прямые быть:

а) параллельными б) скрещивающимися? Сделать рисунок для каждого случая.

3) В тетраэдре ДАВС точки М, N и Р – середины рёбер ДА, ДВ, ДС соответственно.

а) Доказать, что плоскости (MNP) и (АВС) параллельны.

б) Найти площадь Δ АВС, если $S_{\Delta MNP} = 14$ см^2.

3 вариант.

1) В тетраэдре АВСД точки М, К, Р являются серединами рёбер АВ, ВС, ВД. Доказать, что плоскость (МКР) параллельна плоскости (АДС) и вычислить $S_{\Delta MKP}$, если $S_{\Delta АДС} = 48$ см^2.

2) Прямая МК, не лежащая в плоскости АВС, параллельна стороне АВ параллелограмма АВСД. Выяснить взаимное расположение прямых МК и АД и найти угол между ними, если угол АДС = 130º.

3) В ромбе АВСД диагонали пересекаются в точке О, точка F не лежит в плоскости (АВС). Можно ли провести плоскость через FC и точки А и О? Ответ обоснуйте.

4 вариант.

1) В тетраэдре ДАВС точки К, Е, М являются серединами рёбер АС, ДС, ВС. Доказать, что плоскость (КЕМ) параллельна плоскости (АДВ) и вычислить $S_{\Delta АДВ}$, если $S_{\Delta KEM} = 27$ см^2.

2) Прямая m параллельна диагонали ВД ромба АВСД и не лежит в плоскости ромба. Докажите, что m и АД – скрещивающиеся прямые – и найдите угол между ними, если угол АВС равен 128º.

3) Дан параллелограмм АВСД и точка Е, не лежащая в плоскости (АВС). Как расположена прямая АС и плоскость ЕВД? Ответ обоснуйте.

Практическая работа №5.

Тема: Признаки и свойства параллельных и перпендикулярных плоскостей. Расстояние от точки до плоскости, от прямой до плоскости, расстояние между плоскостями, между скрещивающими прямыми, между произвольными фигурами в пространстве

Цель: Применение знаний при решении задач.

Методические рекомендации.

Требования к отчету:

Отчет должен содержать решение заданий с указаниями на теоретические факты, использованные при решении.

Критерии оценки

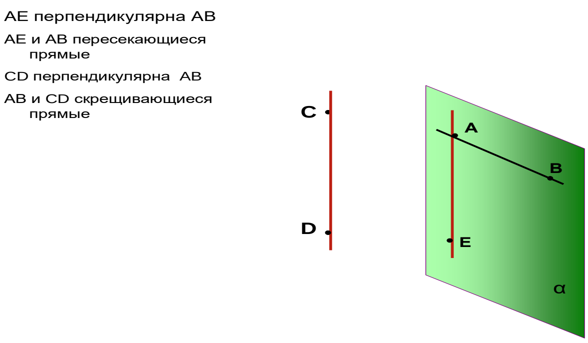
Если практическая работа выполнена в полном объеме и правильно оформлена, то ставится оценка «5». Если практическая работа выполнена более чем на 80-89%, ставится оценка «4». Если практическая работа выполнена более чем на 70-79 %, ставится оценка «3».

Теоретические положения:

При решении задач используется определение перпендикулярных прямых в пространстве.

<u>Опр.</u>

Две прямые в пространстве называются перпендикулярными, если угол между ними равен 90º. Обратить внимание на то, что в пространстве перпендикулярные прямые могут быть пересекающимися и скрещивающимися.



<u>Признак перпендикулярности прямой и плоскости</u>

Если прямая перпендикулярна к двум пересекающимся прямым, лежащим в плоскости, то она перпендикулярна к этой плоскости.

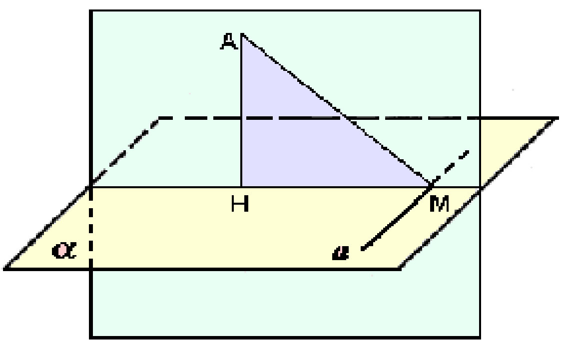
В задачах часто используется *<u>теорема о 3-х перпендикулярах</u>*:

Прямая, проведённая в плоскости через основание наклонной перпендикулярно к её проекции на эту плоскость, перпендикулярна и к самой наклонной.

<u>Обратная теорема</u>

Прямая, проведённая в плоскости через основание наклонной перпендикулярно к ней, перпендикулярна и к её проекции.

При решении задач на нахождение угла между прямой и плоскостью необходимо помнить, что углом между прямой и плоскостью является наименьший угол между прямой и её проекцией на эту плоскость.



АН - перпендикуляр

АМ - наклонная
НМ – проекция наклонной на данную плоскость
а - прямая, проходящая через основание наклонной

1 вариант.

1. Дан тетраэдр МАВС, в котором МВ $\perp$ ВА. Доказать, что ΔМВД – прямоугольный, если Д – произвольная точка отрезка АС. Найти МД и площадь ΔМВД, если МВ = ВД = а.
2. Из точки М проведён перпендикуляр МД = 6 см к плоскости квадрата. Наклонная МО образует с плоскостью квадрата угол 60º. О – точка пересечения диагоналей. Доказать, что ΔМОД – прямоугольный. Найти площадь квадрата.

2 вариант.

1. Четырёхугольник АВСД – квадрат, О – его центр. Прямая ОМ перпендикулярна плоскости квадрата. Доказать, что МА = МВ = МС = МД. Найдите МА, если АВ = 4 см, ОМ = 1 см.
2. Из точки М проведён перпендикуляр к плоскости ΔАВС. ВМ = 9 см, АС = 10 см, ВС = ВА = 13 см. Найдите расстояние от точки М до прямой АС.

3 вариант.

1. Расстояние от точки М до каждой из вершин правильного треугольника АВС равна 4 см. Найти расстояние от точки М до плоскости треугольника АВС, если АВ = 6 см.
2. Из точки М проведён перпендикуляр МВ = 4 см к плоскости прямоугольника АВСД. Наклонные МА и МС образуют с плоскостью прямоугольника углы 45º и 30º соответственно. Доказать, что ΔМАД и ΔМСД прямоугольные. Найти стороны прямоугольника.

4 вариант.

1. Через вершину А прямоугольного треугольника АВС с прямым углом С проведена прямая АД, перпендикулярная к плоскости треугольника. Докажите, что ΔСВД – прямоугольный. Найти ВД, если ВС = 4, ДС = 5.
2. Через вершину В ромба АВСД проведена прямая ВМ, перпендикулярная его плоскости. Найти расстояние от точки М до прямых, содержащих стороны ромба. Если АВ = 25 см, $\angle$ ВАД = 60º, ВМ = 12,5см.

Практическая работа №6.

Тема: История развития комбинаторики и роль в различных сферах человеческой жизнедеятельности. Правила комбинаторики. Решение комбинаторных задач. Размещения, сочетания и перестановки. Бином Ньютона и треугольник Паскаля. Прикладные задачи

Цель: Обобщить и систематизировать знания по теме «Комбинаторика». Совершенствовать умения и навыки решения геометрических задач.

Методические рекомендации.

Требования к отчету:

Отчет должен содержать решение заданий с указаниями на теоретические факты, использованные при решении.

Критерии оценки

Если практическая работа выполнена в полном объеме и правильно оформлена, то ставится оценка «5». Если практическая работа выполнена более чем на 80-89%, ставится оценка «4». Если практическая работа выполнена более чем на 70-79 %, ставится оценка «3».

Теоретические положения:

Комбинаторика (Комбинаторный анализ) — раздел математики, изучающий дискретные
объекты, множества (сочетания, перестановки, размещения и перечисления элементов) и отношения на них (например, частичного порядка).

Для формулировки и решения комбинаторных задач используют различные модели комбинаторных конфигураций. Примерами комбинаторных конфигураций являются:

Перестановками называются такие выборки элементов, которые отличаются только порядком расположения элементов, но не самими элементами.

Если перестановки производятся на множестве из n элементов, их число определяется по формуле $P_n = n\cdot(n-1)\cdot(n-2)\ldots3\cdot2\cdot1 = n!$

Размещениями из n элементов по m (мест) называются такие выборки, которые имея по m элементов, выбранных из числа данных n элементов, отличаются одна от другой либо составом элементов, либо порядком их расположения.

Число размещений из n **по** m обозначается A_n^m и определяется по формуле $A_n^m = n\cdot(n-1)\cdot(n-2)\cdot\ldots\cdot(n-m+1) = n!/(n-m)!$

Неупорядоченные выборки называются **сочетаниями** из n элементов по m и обозначаются C_n^m.

Число сочетаний определяется по формуле $C_n^m = n!/(n-m)!/m!$

Бином Ньютона

$$(a+b)^n = a^n + C_n^1 a^{n-1} b + C_n^2 a^{n-2} b^2 + \ldots + C_n^k a^{n-k} b^k + \ldots + b^n$$

$$C_n^1 = n; \quad C_n^2 = \frac{n(n-1)}{2}; \quad C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!k!}$$

Треугольник Паскаля

$$\begin{array}{ccccccccccccc}
 & & & & & 1 & & & & & & & n=0 \\
 & & & & 1 & & 1 & & & & & & n=1 \\
 & & & 1 & & 2 & & 1 & & & & & n=2 \\
 & & 1 & & 3 & & 3 & & 1 & & & & n=3 \\
 & 1 & & 4 & & 6 & & 4 & & 1 & & & n=4 \\
 & & + & & + & & + & & + & & & & \\
1 & & 5 & & 10 & & 10 & & 5 & & 1 & & n=5
\end{array}$$

Опишем алгоритм построения данного треугольника. Каждая строка треугольника соответствует конкретной степени n многочлена, значения в строке соответствуют коэффициентам в разложении. Треугольник строится сверху вниз, т.е. от многочлена нулевой степени, каждый раз увеличивая степень на единицу. Стрелками показано какие операции выполняются, т.е. сносятся каждые числа и складываются соседние.
Далее выписывается многочлен данной степени n и расставляются по порядку значения из n -ой строки треугольника.

1 вариант

1.В школьном буфете продаётся 5 видов пирожков с различными начинками. Ученик хочет купить два пирожка с различной начинкой. Постройте *дерево возможных вариантов* выбора пары пирожков учеником. Сколькими способами можно это сделать?
2.Из цифр 1,3, 5 составили двузначные числа, используя в записи числа каждую из них не более одного раза. Поставьте в соответствие столбцу (правому) верное утверждение из левого столбца.

1) 13 — А. Наибольшее из возможных чисел
2) 15
3) 31 — Б. Наименьшее из возможных чисел
4) 35
5) 51 — В. Не является двузначным числом
6) 53
7) 55
8) 3

Ответ:

А	Б	В

1. Сколькими способами можно назначить двух дежурных из 27 учеников?
2. Найдите разложение $(x+1)^5$ по биному Ньютона и треугольнику Паскаля.

2 вариант

1.В кафе предлагают 7 видов пирожных и 3 вида соков. Сколькими способами посетитель может сделать заказ из одного пирожного и одного сока. Постройте *дерево возможных вариантов* заказа? Сколькими способами можно это сделать?

2.Из цифр 2, 4, 8 составили двузначные числа, используя в записи числа каждую из них не более одного раза. Поставьте в соответствие столбцу (правому) верное утверждение из левого столбца.

1) 22 — А. Наибольшее из возможных чисел
2) 24
3) 28 — Б. Наименьшее из возможных чисел
4) 42
5) 48 — В. Не является двузначным числом
6) 82
7) 84
8) 4

А	Б	В

Ответ:

3. При встрече 10 мальчиков обменялись рукопожатиями. Сколько всего было сделано рукопожатий?
4. Найдите разложение $(x+2)^4$ по биному Ньютона и треугольнику Паскаля.

Практическая работа №7.

Тема: Векторы. Действия с векторами

Цель: Обобщить и систематизировать знания по теме «Векторы в пространстве». Закрепить умения использовать полученные знания для решения задач

Методические рекомендации.

Требования к отчету:

Отчет должен содержать решение заданий с указаниями на теоретические факты, использованные при решении.

Критерии оценки

Если практическая работа выполнена в полном объеме и правильно оформлена, то ставится оценка «5». Если практическая работа выполнена более чем на 80-89%, ставится оценка «4». Если практическая работа выполнена более чем на 70-79 %, ставится оценка «3».

Теоретические положения:

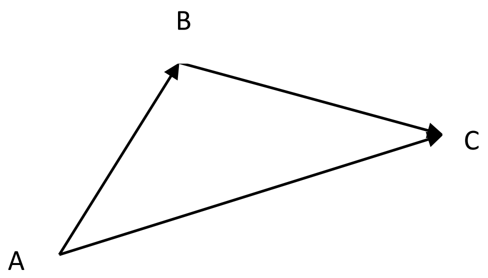
Основные определения, обозначения векторов, действия над векторами в пространстве аналогичны основным характеристикам вектора в пространстве.

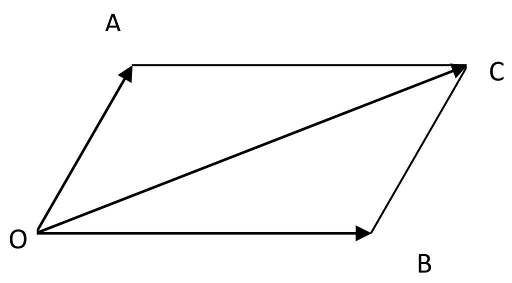
<u>Действия над векторами</u>

1) **<u>Сложение векторов.</u>**

Правило треугольника Правило параллелограмма

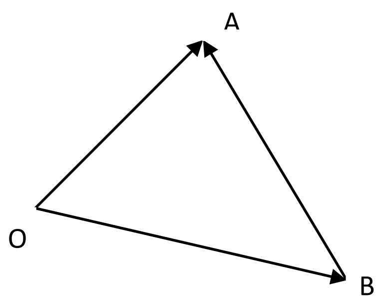
$\vec{AB}+\vec{BC}=\vec{AC}$ $\vec{OA}+\vec{OB}=\vec{OC}$





2) *<u>Вычитание векторов</u>*

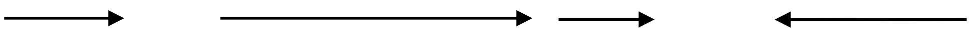
$\vec{OA}-\vec{OB}=\vec{BA}$



3) **<u>Умножение вектора на число:</u>**

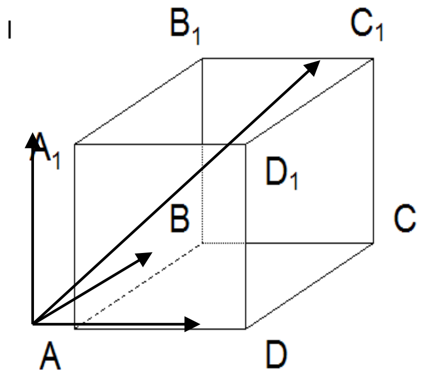
<u>Опр.</u>

Произведением ненулевого вектора a на число k называется такой вектор $\vec{в}$, длина которого равна $|k|\cdot|\vec{a}|$, причём векторы $\vec{a}$ и $\vec{в}$ сонаправлены при k> 0 и противоположно направлены при k< 0



$\vec{a}$ $3\vec{a}$ $\vec{a}$ $-2\vec{a}$

Для сложении*некомпланарных векторов* применяют *правило параллелепипеда*



$$\vec{AA_1} + \vec{AD} + \vec{AB} = \vec{AC_1}$$

1 вариант

1. Запишите координаты вектора: $\vec{a} = 3\vec{i}+2\vec{j}-5\vec{k}$, $\vec{b} = -2\vec{i}-3\vec{j}+4\vec{k}$, $\vec{c} = \vec{i}-\vec{j}$, $\vec{m} = 2\vec{k}$, $\vec{n} = -\vec{j}+\vec{k}$ и найдите скалярное произведение векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$.
2. Даны векторы $\vec{a}\{-3;-1;2\}$, $\vec{в}\{0;3;4\}$, $\vec{c}\{0;-1;0\}$, запишите разложение этих векторов по координатным векторам $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$.
3. Найдите середину отрезка АС:
   А (6; 7; 8) , С (4; 3; 2)
4. При каких значениях k и с данные векторы коллинеарные:
   $\bar{a}\{2;c;3\}$, $\bar{b}\{3;2;k\}$
5. Дан Δ АВС найдите:
   а) их координаты.
   б) длины векторов $\vec{AB}, \vec{BC}, \vec{AC}$.
   в) углы между векторами $\vec{AB}$ и $\vec{AC}$.
   Если известны координаты вершин треугольника: А(-5;2;-2), В(-4;3;0), С(-5;2;0).
6. Найдите скалярное произведение векторов, используя формулу:
   $\vec{a} \cdot \vec{в} = |\vec{a}| \cdot |\vec{в}| \cdot \cos(\vec{a}\vec{в})$ (*)
   Если $\vec{a}\{1;2;2\}$, $\vec{в}\{-2;-1;-2\}$.
   Для этого:

   1) найдите длину $\vec{a}$ и $\vec{в}$.
   2) $\cos(\vec{a}\vec{в})$.
   3) подставьте найденные значения в формулу

2 вариант

1. Запишите координаты вектора:
$\vec{a} = 2\vec{i}+4\vec{j}-3\vec{k}$, $\vec{b} = -3\vec{i}-2\vec{j}+2\vec{k}$, $\vec{c} = \vec{j}-\vec{k}$,
$\vec{m} = 3\vec{j}$, $\vec{n}=-\vec{i}-\vec{k}$ и найдите скалярное произведение векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$.
2. Даны векторы $\vec{a}\{-4;2;1\}$, $\vec{в}\{3;4;0\}$,
$\vec{c}\{0;0;-1\}$, запишите разложение этих векторов по координатным векторам
$\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$.
3. Найдите середину отрезка BD:
B (8; 2; 6) , D (2; 8; 4)
4. При каких значениях k и c данные векторы коллинеарные:
$\bar{a}\{k;c;2\}$, $\bar{b}\{6;9;3\}$

5. Дан Δ KNM найдите:
а) их координаты.
б) длины векторов $\overrightarrow{KN}, \overrightarrow{NM}, \overrightarrow{KM}$.
в) углы между векторами $\overrightarrow{KN}$ и $\overrightarrow{KM}$.
Если известны координаты вершин треугольника: K(4;-3;0), N(5;-3;1), M(5;-5;-1).

6. Найдите скалярное произведение векторов, используя формулу:
$\vec{a} \cdot \vec{в} = |\vec{a}| \cdot |\vec{в}| \cdot \cos(\vec{a}\vec{в})$ (*)
Если $\vec{a}\{2;1;2\}$, $\vec{в}\{-1;-2;-2\}$.
Для этого:
1) найдите длину $\vec{a}$ и $\vec{в}$.
2) $\cos(\vec{a}\vec{в})$.
3) подставьте найденные значения в формулу

Практическая работа №8.

Тема: Декартова система координат

Цель: Закрепить умения использовать полученные знания для решения задач

Требования к отчету:

Отчет должен содержать решение заданий с указаниями на теоретические факты, использованные при решении.

Критерии оценки

Если практическая работа выполнена в полном объеме и правильно оформлена, то ставится оценка «5». Если практическая работа выполнена более чем на 80-89%, ставится оценка «4». Если практическая работа выполнена более чем на 70-79 %, ставится оценка «3».

1 вариант

1. Точка В не лежит в плоскости ΔADC, точки M, N, P- середины отрезков BA, BC ,BD- соответственно

   а) докажите, что плоскость MNP параллельна плоскости ADC;

   б) Найдите площадь ΔADC, если $\angle DAC = 30^\circ$,MN=6 см,MP=8 см.

2. Через точку О-пересечения диагоналей квадрата со стороной 5 см проведена прямая ОК=4см перпендикулярно плоскости квадрата. Найдите расстояние от точки К до вершины квадрата.

3. Катет АС прямоугольного ΔABC с прямым углом С лежит в плоскости α, угол между плоскостью α и плоскостью ΔABC равен 60°. Найдите расстояние от точки В до плоскости α, если AC=4 см, AB=10см

4. Наклонная AM проведена из точки А к данной плоскости и равна 6 см. Чему равна проекция этой наклонной на плоскость α, если угол между AM и плоскостью α равен 45°.

5. Построить $\vec{d} = 3\vec{a} + 2\vec{b} - 2\vec{c} - \vec{d}$ (векторы $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{d}$ взять произвольно).

6. Даны точки A(4;0;-3), B(1;-2;-4),C(5;-8;3), D(4;2;-1). Найти

   А) $\vec{m} = 3\vec{AB} + 2\vec{CD} - \vec{BC}$

   Б) $|\vec{CD}|$

7. Найдите периметр ΔABC, если A(2;1;5), B(0;-4;2), C(3;2;7)

2 вариант

1. Точка В не лежит в плоскости ΔADC, точки M, N, P- середины отрезков BA, BC, BD- соответственно

   а) докажите, что плоскость MNP параллельна плоскости ADC;

   б) Найдите площадь ΔADC, если $\angle DAC = 30^\circ$,MN=6 см,MP=8 см.

2. Через точку О-пересечения диагоналей квадрата со стороной 5 см проведена прямая ОК=4см перпендикулярно плоскости квадрата. Найдите расстояние от точки К до вершины квадрата.

3. Катет АС прямоугольного ΔABC с прямым углом С лежит в плоскости α, угол между плоскостью α и плоскостью ΔABC равен 60°. Найдите расстояние от точки В до плоскости α, если AC=4 см, AB=10см.

4. Наклонная AM проведена из точки А к данной плоскости и равна 6 см.Чему равна проекция этой наклонной на плоскость α, если угол между AM и плоскостью α равен 45°.

5. Построить $\vec{d} = 3\vec{a} + 2\vec{b} - 2\vec{c} - \vec{d}$ (векторы $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{d}$ взять произвольно).

6. Даны точки A(2;0;-4), B(3;-1;-2),C(7;-3;1), D(6;8;-3). Найти

А) $\vec{m} = 3\vec{AB} + 2\vec{CD} - \vec{BC}$

Б) $|\vec{CD}|$

7. Найдите периметр ΔABC, если A(5;1;2), B(0;-3;2), C(7;2;3)

Практическая работа №9.

Тема: «Радианный метод измерения углов вращения и связь с градусной мерой. Основные тригонометрические тождества, формулы сложения, удвоения, преобразование суммы тригонометрических функций в произведении, преобразование произведения тригонометрических функций в сумму»

Цель: Обобщить и систематизировать знания по теме. Закрепить умения использовать полученные знания для решения задач

Методические рекомендации.

Требования к отчету:

Отчет должен содержать решение заданий с указаниями на теоретические факты, использованные при решении.

Критерии оценки

Если практическая работа выполнена в полном объеме и правильно оформлена, то ставится оценка «5». Если практическая работа выполнена более чем на 80-89%, ставится оценка «4». Если практическая работа выполнена более чем на 70-79 %, ставится оценка «3».

Теоретические положения:

Основные тригонометрические тождества

- ✓ $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$
- ✓ $tg\ \alpha \cdot ctg\ \alpha = 1$
- ✓ $tg\alpha = \sin \alpha \div \cos\alpha$
- ✓ $ctg\alpha = \cos\alpha \div \sin \alpha$
- ✓ $1 + tg^2 \alpha = 1 \div \cos^2 \alpha$
- ✓ $1 + ctg^2 \alpha = 1 \div \sin^2 \alpha$

Формулы сложения

- ✓ $\sin (\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \sin \beta \cdot \cos \alpha$
- ✓ $\sin (\alpha - \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta - \sin \beta \cdot \cos \alpha$
- ✓ $\cos (\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$
- ✓ $\cos (\alpha - \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta + \sin \alpha \cdot \sin \beta$
- ✓ $tg (\alpha + \beta) = (tg\ \alpha + tg\ \beta) \div (1 - tg\ \alpha \cdot tg\ \beta)$
- ✓ $tg (\alpha - \beta) = (tg\ \alpha - tg\ \beta) \div (1 + tg\ \alpha \cdot tg\ \beta)$
- ✓ $ctg (\alpha + \beta) = (ctg\ \alpha \cdot ctg\ \beta + 1) \div (ctg\ \beta - ctg\ \alpha)$
- ✓ $ctg (\alpha - \beta) = (ctg\ \alpha \cdot ctg\ \beta - 1) \div (ctg\ \beta + ctg\ \alpha)$

Формулы двойного угла

- ✓ $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$
- ✓ $\cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1$
- ✓ $\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha$
- ✓ $\sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cdot \cos\alpha$
- ✓ $tg\ 2\alpha = (2tg\ \alpha) \div (1 - tg^2 \alpha)$
- ✓ $ctg\ 2\alpha = (ctg^2 \alpha - 1) \div (2ctg\ \alpha)$

1 вариант

1. Упростите выражение:

   а) $tg^2 \propto -\sin^2 \propto -tg^2 \propto \cdot \sin^2 \propto$;

   б) $(3 \sin \propto +2 \cos \propto)^2 + (2 \sin \propto -3 \cos \propto)^2$.

2. Докажите тождество:

   $$\frac{tg(\propto+\beta)-tg\propto-tg\beta}{tg\propto \cdot tg(\propto+\beta)} = tg\beta.$$

3. Вычислите:

а) $\cos^4 \propto +\sin^4 \propto$, если $\sin 2 \propto = \frac{2}{3}$;

б) $\frac{1-\sin^2\frac{\propto}{2}}{1+\sin\propto}$, если $\operatorname{tg}\frac{\propto}{2} = m$.

4. Найдите сумму $\operatorname{tg}^2\frac{x}{2} + \operatorname{tg}^2\frac{y}{2} + \operatorname{tg}^2\frac{z}{2}$, если $\cos x = \frac{a}{b+c}, \cos y = \frac{b}{c+a}, \cos z = \frac{c}{a+b}$, $a + b + c \neq 0$.

6. Доказать тождество: $(\sin\alpha - \cos\alpha)^2 = 1 - \sin 2\alpha$

7. Упростить выражение: а) $\sin(\alpha - \beta) - \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)\cdot\sin(-\beta)$;

б) $\sin 2\alpha + (\sin\alpha - \cos\alpha)^2$

8. Вычислить $\cos(\alpha - \beta)$, если $\cos\alpha = -0{,}8$; $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$, $\sin\beta = -\frac{12}{13}$, $\pi < \beta < \frac{3}{2}\pi$

9. Используя формулы приведения, вычислить: 1) cos 780º ; 2) $\sin\frac{13}{6}\pi$

2 вариант

1. Упростите выражение:

а) $\sqrt{\cos^2\beta(1 + \operatorname{ctg}\beta) + \cos^2\beta(1 + \operatorname{tg}\beta)}$

б) $\frac{\cos\beta\operatorname{tg}\beta}{\sin^2\beta} - \operatorname{ctg}\beta\cos\beta$.

2. Докажите тождество:

$\frac{\cos(\propto+\beta)+\cos(\propto-\beta)}{\sin(\propto+\beta)+\sin(\propto-\beta)} = \operatorname{ctg}\propto$.

3. Вычислите:

а) $\cos\propto$, если $\sin\propto tg \propto = \frac{1}{2}$;

б) $\sin\propto$, если $\operatorname{tg}\frac{\propto}{2} = -\sqrt{2}$.

4. Найдите сумму $\operatorname{tg}^2\frac{x}{2} + \operatorname{tg}^2\frac{y}{2} + \operatorname{tg}^2\frac{z}{2}$, если $\cos x = \frac{a}{b+c}, \cos y = \frac{b}{c+a}, \cos z = \frac{c}{a+b}$, $a + b + c \neq 0$.

5. Доказать тождество: $2\cos^2 z - \cos 2z = 1$

6. Упростить выражение: а) $\frac{2(\cos z + \cos 3z)}{2\sin 2z + \sin 4z}$ б) $\cos z \cdot tgz - 2\sin z$

7. Вычислить $\sin 2z, если \sin z = \frac{3}{5}, \frac{\pi}{2} < z < 2\pi$

8. Используя формулы приведения , вычислить: 1) sin 780º ; 2) $\cos\frac{13}{6}\pi$

Практическая работа №10.

Тема: «Простейшие тригонометрические уравнения и неравенства. Обратные тригонометрические функции: арксинус, арккосинус, арктангенс»

Цель: проверить, закрепить знания по рассматриваемой теме; продолжить развитие умения решать тригонометрические уравнения с применением тригонометрических формул.

Методические рекомендации.

Требования к отчету:

Отчет должен содержать решение заданий с указаниями на теоретические факты, использованные при решении.

Критерии оценки

Если практическая работа выполнена в полном объеме и правильно оформлена, то ставится оценка «5». Если практическая работа выполнена более чем на 80-89%, ставится оценка «4». Если практическая работа выполнена более чем на 70-79 %, ставится оценка «3».

Теоретические положения:

Уравнения вида *sinx = a* , *cosx = a* , *tgx* =а называются простейшими. Для них выведены формулы корней:

$sinx = a \; x = (-1)^n \arcsin a + \pi n, n \in Z$

$\cos x = a \quad x = \pm \arccos a + 2\pi n, n \in Z$

$tg\ x = a \; x = arctg\ a + \pi n, n \in Z$

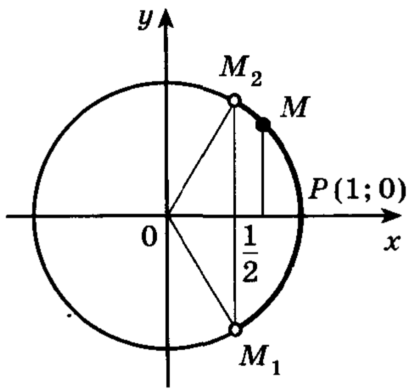
$ctg\ x = a \; x = arctg\ \frac{1}{a} + \pi n, n \in Z$

Опр.

Неравенства, содержащие переменную под знаком тригонометрической функции, называются тригонометрическими.

При решении тригонометрических неравенств используют единичную окружность.

Пример Решить неравенство cosx> $\frac{1}{2}$



По определению cos x – это абсцисса точки единичной окружности. Абсциссу, равную $\frac{1}{2}$, имеют две точки единичной окружности M_1 и M_2 . Абсциссу, большую $\frac{1}{2}$ имеют все точки M дуги единичной окружности, лежащие правее прямой M_1M_2 . Таким образом, решениями неравенства cos x> $\frac{1}{2}$ являются все числа x из промежутка $-\frac{\pi}{3} < x < \frac{\pi}{3}$.

Все решения данного неравенства – множество интервалов $-\frac{\pi}{3} + 2\pi n < x < \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z$

Ответ: $-\frac{\pi}{3}+2\pi n<x<\frac{\pi}{3}+2\pi n, n\in Z$

1 вариант

1. Решите уравнения:

1) $cosx=\frac{\sqrt{2}}{2}$; 2) $sinx=5$; 3) $tgx=1$; 4) $2sin-1=0$; 5) $sin2x=\frac{\sqrt{2}}{2}$; 6) $tg\frac{x}{2}=\sqrt{3}$;
7) $\left(sinx-\frac{1}{2}\right)(sinx+1)=0$; 8) $sinx+\sqrt{3}cosx=0$; 9) $2cos^2x-7cosx-4=0$

2. Решить неравенства:

1) $\cos x<\frac{\sqrt{3}}{2}$; 2) $\cos x\geq\frac{\sqrt{2}}{2}$; 3) $\sin x\leq\frac{1}{2}$; 4) $\sin x>-\sqrt{3}$; 5) $\sin 3x>-\frac{1}{2}$

2 вариант

1.Решите уравнения:

1) $sinx=\frac{\sqrt{2}}{2}$; 2) $cosx=9$; 3) $tgx=\sqrt{3}$; 4) $2cosx-1=0$; 5) $cos\frac{x}{3}=\frac{1}{2}$; 6) $tg2x=\sqrt{3}$;
7) $\left(cosx-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\left(sinx-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=0$; 8) $5cos^2x+9cosx-2=0$

2. Решить неравенства:

1) $\cos x>\frac{\sqrt{3}}{2}$; 2) $\cos x\leq\frac{\sqrt{2}}{2}$; 3) $\sin x\geq\frac{1}{2}$; 4) $\sin x<-\sqrt{3}$ 5) $\sin 3x<-\frac{1}{2}$

Практическая работа №10.

Тема: «Примеры зависимостей между переменными в реальных процессах из смежных дисциплин. Определение функций. Построение и чтение графиков функций. Исследование функции. Свойства линейной, квадратичной, кусочно-линейной и дробно – линейной функции»

Цель: Обобщить и систематизировать знания по теме «Числовая функция». Закрепить умения использовать полученные знания для построения и чтения графиков функций.

Методические рекомендации.

Требования к отчету:

Отчет должен содержать решение заданий с указаниями на теоретические факты, использованные при решении.

Критерии оценки

Если практическая работа выполнена в полном объеме и правильно оформлена, то ставится оценка «5». Если практическая работа выполнена более чем на 80-89%, ставится оценка «4». Если практическая работа выполнена более чем на 70-79 %, ставится оценка «3».

Теоретические положения:

Опр.

Областью определения функции называют множество всех значений, которые может принимать её аргумент (переменная x)

Опр.

Если функция задана формулой, то принято считать, что она определена при всех тех значениях аргумента, при которых эта формула имеет смысл, т.е выполнимы все действия, указанные в выражении, стоящем в правой части формулы.

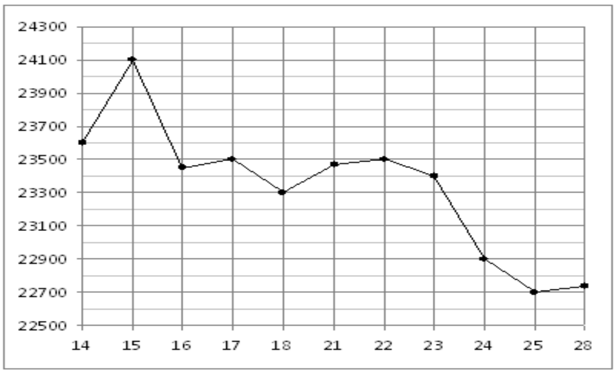
Опр.
Множеством значений функции называется множество всех значений, которые принимает функция (переменная у)
Опр.
Функция $y = f(x)$ называется чётной, если для всех $x \in D(f)$ выполняется равенство $f(-x) = f(x)$
Опр.
Функция $y = f(x)$ называется нечётной, если для всех $x \in D(f)$ выполняется равенство $f(-x) = -f(x)$
Опр.
Функция *y = f(x)* называется периодической, если существует такое число Т ≠ 0, что для любого х из области определения этой функции выполняется равенство *f(x-T) = f (x) = f (x + T).* Число Т называется периодом функции *f(x).*

1 вариант

1. Найти область определения функции: а) $y = \dfrac{1}{x+2}$ б) $y = \sqrt[4]{x^2 - 7x + 10}$
2. Выяснить, является ли данная функция чётной или нечётной: $y = x \cdot \sin x$
3. Построить график функции, заданной: а) формулой $y = \begin{cases} x^2 + 4, \text{ если } x \le 1 \\ 5, \text{ если } x > 1 \end{cases}$

б) описанием: *Д* (f) = [1; 7] , f(7) = 1, $f(x) = x^2$ при $1 \le x \le 2$, y = f(x) убывает на промежутке $2 < x \le 7$

4. На рисунке жирными точками показана цена олова на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 14 по 28 июля 2008 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена тонны олова в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, какого числа цена олова на момент закрытия торгов была наименьшей за данный период.



2 вариант

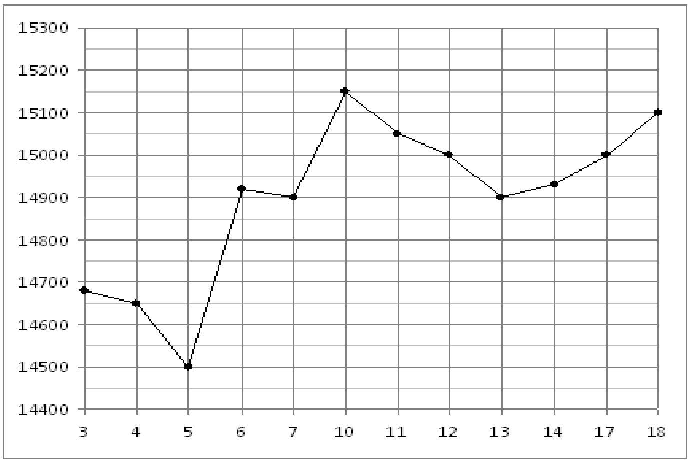
1.Найти область определения функции: а) $y = \dfrac{1}{x-3}$ б) $y = \sqrt[4]{x^2 + 4x - 5}$

2. Выяснить, является ли данная функция чётной или нечётной: $y = x + \sin x$
3. Построить график функции, заданной : а) формулой $y = \begin{cases} 1 - x^2, \text{ если } x \le 1 \\ -3, \text{ если } x > 1 \end{cases}$

б) описанием: *Д* (f) = [-3; 3] , E(f) :f(x) < 0 , функция чётная, возрастает при x < 0, убывает при $x \ge 0$

4. На рисунке жирными точками показана цена олова на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 3 по 18 сентября 2007 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена тонны олова в долларах США. Для наглядности жирные точки на

рисунке соединены линией. Определите по рисунку наибольшую цену олова на момент закрытия торгов в указанный период (в долларах США за тонну).



Практическая работа №12.

Тема: «Непрерывные и периодические функции. Свойства и графики синуса, косинуса, тангенса и котангенса. Обратные функции и их графики. Обратные тригонометрические функции. Преобразование графика функции. Гармонические колебания. Прикладные задачи. Показательные, логарифмические, тригонометрические уравнения и неравенства»

Цель: Обобщить и систематизировать знания по теме «Функция». Закрепить умения использовать полученные знания для построения и чтения графиков функций.

Методические рекомендации.

Требования к отчету:

Отчет должен содержать решение заданий с указаниями на теоретические факты, использованные при решении.

Критерии оценки

Если практическая работа выполнена в полном объеме и правильно оформлена, то ставится оценка «5». Если практическая работа выполнена более чем на 80-89%, ставится оценка «4». Если практическая работа выполнена более чем на 70-79 %, ставится оценка «3».

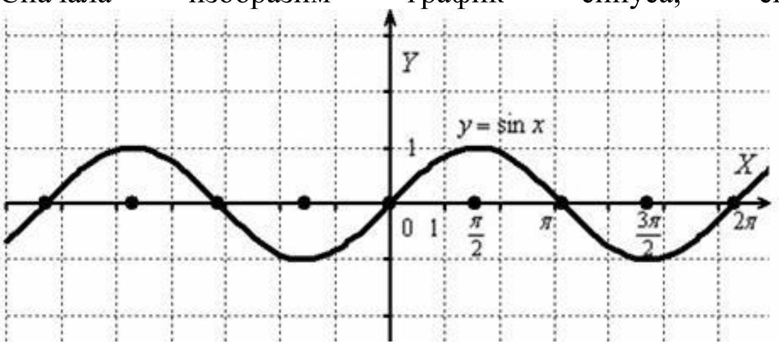
Теоретические положения:

Правило: чтобы построить график функции $f(kx)$, где $k>1$, нужно график функции $f(x)$ **сжать к оси** OY в k раз.

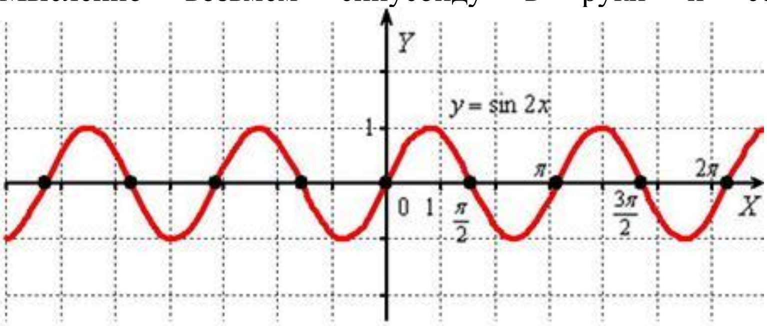
Пример

Построить график функции $y=\sin 2x$.

Сначала изобразим график синуса, его период равен $T=2\pi$:



Мысленно возьмём синусоиду в руки и сожмём её **к оси** OY в 2 раза:



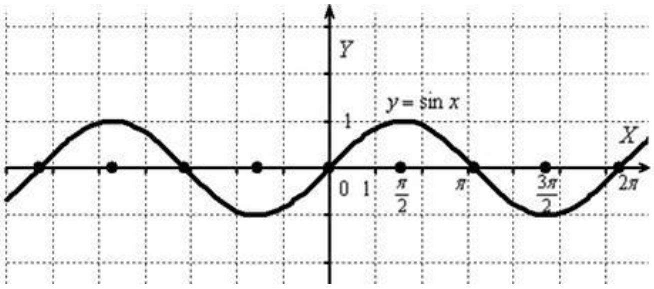
То есть, график функции $y=\sin 2x$ получается путём сжатия графика $y=\sin x$ к оси ординат в два раза. Логично, что период итоговой функции тоже уполовинился: $T=\pi$

Растяжение графика функции от оси ординат

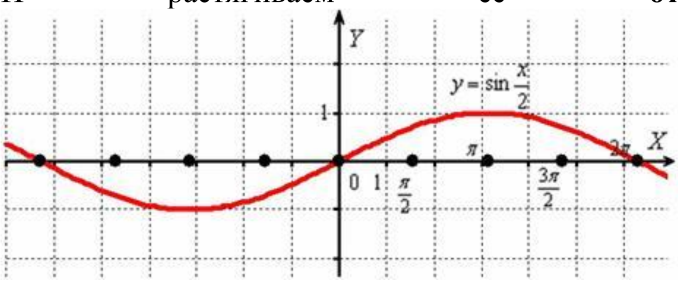
Правило: чтобы построить график функции $f(kx)$, где $0<k<1$, нужно график функции $f(x)$ **растянуть от оси** OY в $\frac{1}{k}$ раз.

Пример

Построить график функции $y=\sin\frac{x}{2}$



И растягиваем её **от оси** OY в 2 раза:



То есть, график функции $y=\sin\frac{x}{2}$ получается путём **растяжения** графика $y=\sin x$ **от оси ординат** в два раза. Период итоговой функции увеличивается в 2 раза: $T=2\pi\cdot 2=4\pi$

Правило: чтобы построить график функции $mf(x)$, где $m>1$, нужно график функции $f(x)$ **растянуть вдоль оси** OY в m раз.

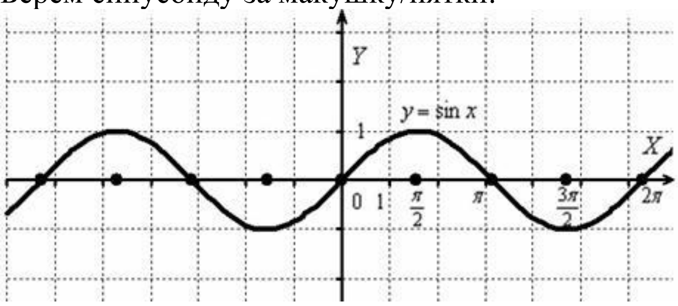
2) Если ФУНКЦИЯ умножается на число $0<m<1$, то происходит **сжатие её графика вдоль оси ординат**.

Правило: чтобы построить график функции $mf(x)$, где $0<m<1$, нужно график функции $f(x)$ **сжать вдоль оси** OY в $\frac{1}{m}$ раз.

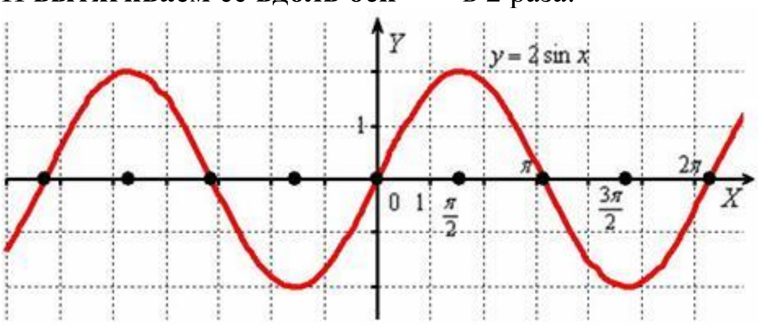
<u>Пример</u>

Построить графики функций $y=2\sin x,\quad y=\frac{1}{2}\sin x$.

Берём синусоиду за макушку/пятки:



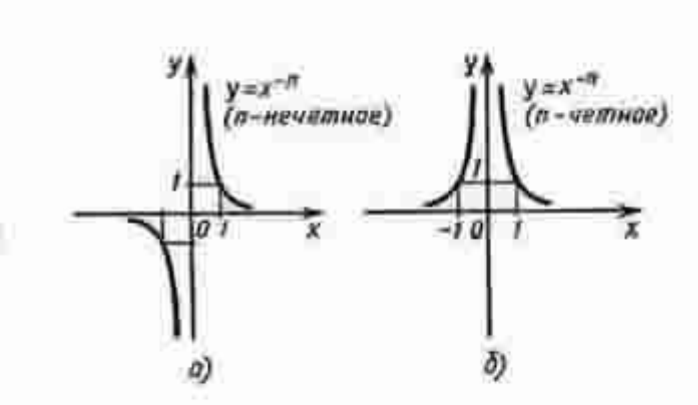
И **вытягиваем** её **вдоль оси** OY в 2 раза:



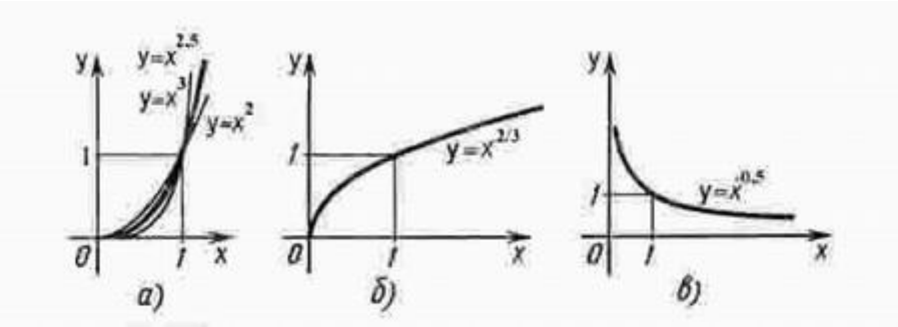
Период функции $y=2\sin x$ не изменился и составляет $T=2\pi$, а вот значения (все, кроменулевых) увеличились *по модулю* в два раза

Теоретические положения:
<u>Опр.</u>

Функция вида $y = x^p$, где $p \in$R (любое действительное число), называется степенной.
Степенная функция с натуральным показателем.
Функция $y = x^n$, где n - натуральное число, называется степенной функцией с натуральным показателем.
При n = 1 получаем функцию y = x.
При n = 2 получаем функцию $y = x^2$.
Пусть n - произвольное четное натуральное число, большее двух: n = 4, 6, 8, ... В этом случае функция y = xn обладает теми же свойствами, что и функция y = x2. График такой функции напоминает параболу y = x2, только ветви графика при |x| > 1 тем круче идут вверх, чем больше n, а при |x| < 1 тем "теснее прижимаются" к оси x, чем больше n.
Пусть n - произвольное нечетное число, большее трех: n = 5, 7, 9, … . В этом случае функция y = xn обладает теми же свойствами, что и функция y = x3. График такой функции напоминает кубическую параболу (только ветви графика тем круче идут вверх, вниз, чем больше n)
Отметим также, что на промежутке (0; 1) график степенной функции y = xn тем медленнее отдаляется от оси x с ростом x, чем больше n.
Степенная функция с целым отрицательным показателем.
Рассмотрим функцию $y = x^{-n}$, где n - натуральное число.
При n = 1 получаем $y = x^{-1}$ или y = 1/x. Свойства этой функции рассмотрены выше.
Пусть n - нечетное число, большее единицы, n = 3, 5, 7, …
В этом случае функция $y = x^{-n}$ обладает в основном теми же свойствами, что и функция y = 1/x. График функции $y = x^{-n}$ (n = 3, 5, 7, …) напоминает график функции y = 1/x (рис. а).



Пусть n - четное число, например n = 2.
Перечислим некоторые свойства функции $y = x^{-2}$, т. е. функции $y = 1/x^2$.
1) Функция определена при всех $x \neq 0$
2) $y =1/x^2$ - четная функция.
3) $y = 1/x^2$ убывает на $(0; +\infty)$ и возрастает на $(-\infty; 0)$.
Теми же свойствами обладают любые функции вида $y = x^{-n}$ при четном n, большем двух.
График функции $y = 1/x^2$ изображен на рисунке б. Аналогичный вид имеет график функции $y = x^{-n}$, если n = 4, 6, ...
Степенная функция с положительным дробным показателем.
Рассмотрим функцию $y = x^r$, где r - положительная несократимая дробь.
Перечислим некоторые свойства этой функции.
1) Область определения - луч $[0; +\infty)$.
2) Функция ни четная, ни нечетная.
3) Функция $y = x^r$ возрастает на $[0; +\infty)$.



Степенная функция с отрицательным дробным показателем.
Рассмотрим функцию $y = x^{-r}$, где r - положительная несократимая дробь.
Перечислим свойства этой функции.
1) Область определения - промежуток $(0; +\infty)$.
2) Функция ни четная, ни нечетная.
3) Функция $y = x^{-r}$ убывает на $(0; +\infty)$
Построим график функции $y = x^{-1/2}$ (рис. в). Подобный вид имеет график любой функции $y = x^r$, где r - отрицательная дробь.

Показательная функция

Показательная функция задается формулой $y = a^x$, где $a > 0$ и $a \neq 1$.
График функции $y = a^x$ при $a > 1$ выглядит так, как показано на рисунке. Отметим, что эта функция принимает любые положительные значения.

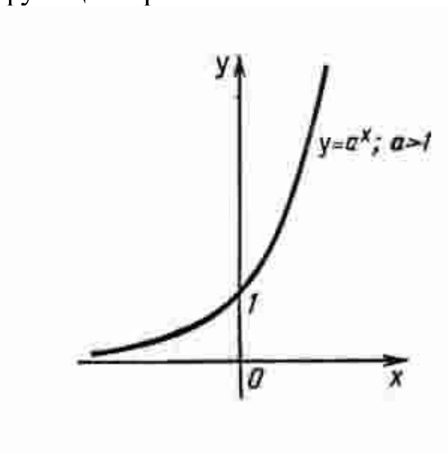
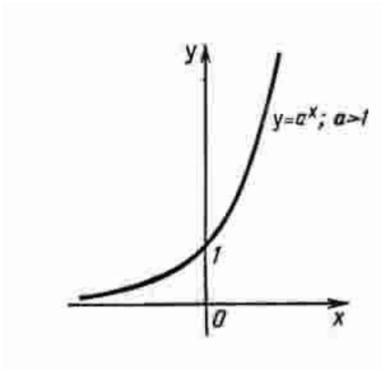


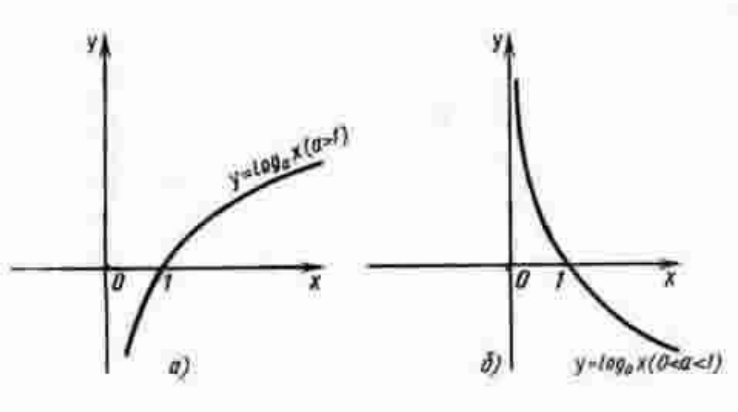
График функции $y = a^x$ при $a > 1$ выглядит так, как показано на рисунке. Отметим, что эта функция принимает любые положительные значения.



Логарифмическая функция

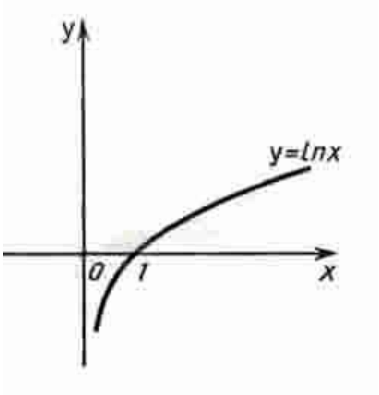
Логарифмическая функция $y = \log_a x$ обладает следующими свойствами :
1) Область определения - $(0; +\infty)$.
2) Область значений - $(-\infty; +\infty)$
3) Функция ни четная, ни нечетная.
4) Функция возрастает на промежутке $(0; +\infty)$ при $a > 1$, убывает на $(0; +\infty)$ при $0 < a < 1$.

График функции $y = \log_a x$ может быть получен из графика функции $y = a^x$ с помощью преобразования симметрии относительно прямой $y = x$. На рисунке а построен график логарифмической функции для $a > 1$, а на рисунке б - для $0 < a < 1$.



Функция y = ln x.

Среди показательных функций $y = a^x$, где $a > 1$, особый интерес для математики и ее приложений представляет функция, обладающая следующим свойством: касательная к графику функции в точке (0; 1) образует с осью x угол 45°. Основание a такой функции ax принято обозначать буквой e, т. е. $y = e^x$. Подсчитано, что e = 2, 7182818284590..., и установлено, что e - иррациональное число. Логарифмическую функцию, обратную показательной функции $y = e^x$, т. е. функцию $y = \log_e x$, принято обозначать $y = \ln x$ (ln читается "натуральный логарифм"). График функции $y = \ln x$ изображен на рисунке.



1 вариант

1. Постройте график функции: а) $y = 4\cos 2x$;

б) $y = -2\sin\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) + 1$

в) $y = -\cos\left(\frac{x}{4} + \frac{\pi}{3}\right) - 1$

г) $f(x) = \begin{cases} \sin x, \text{если } x > 0 \\ x^2, \text{если } x \le 0 \end{cases}$

2. Изобразить схематически график функции, указать её область определения и множество значений: а) $y = x^{\frac{1}{2}}$ б) $y = \lg x$ в) $y = (0{,}4)^x$

3. Построить график функции (таблицу) : а) $y = 3^x$ б) $y = \log_{\frac{1}{3}} x$

4. Решить графически уравнение: $\log_3 x = \frac{3}{x}$

5. Решить графически неравенство: $\log_{\frac{1}{3}} x > x - 4$

6. Постройте графики функций $f(x) = \begin{cases} 3 - 3x, \text{если } x \le 0 \\ \log_{\frac{1}{3}} x, \text{если } x > 0 \end{cases}$

2 вариант

1. Постройте график функции: а) $y = -2\cos 2x$;

б) $y = 3\cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) - 1$

в) $y = -\cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) + 2$

г) $f(x) = \begin{cases} \cos x, \text{если } x > 0 \\ x^2, \text{если } x \le 0 \end{cases}$

2. Изобразить схематически график функции, указать её область определения и множество значений: а) $y = x^{\frac{1}{3}}$ б) $y = \ln x$ в) $y = \left(\sqrt{3}\right)^x$

3. Построить график функции (таблицу): а) $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ б) $y = \log_3 x$

4. Решить графически уравнение: $\log_{\frac{1}{2}} x = 2x - 1$

5. Решить графически неравенство: $\left(\frac{1}{3}\right)^x \ge x + 1$

6. Постройте графики функций $f(x) = \begin{cases} 2 - 2x, \text{если } x \le 0 \\ \log_{\frac{1}{5}} x, \text{если } x > 0 \end{cases}$

Практическая работа №13.

Тема: «Параллельное проектирование и его свойства. Теорема о площади ортогональной проекции многоугольника. Взаимное расположение пространственных фигур»

Цель: Обобщить и систематизировать знания по теме «Призма». Закрепить умения использовать полученные знания для построения и чтения графиков функций.

Методические рекомендации.

Требования к отчету:

Отчет должен содержать решение заданий с указаниями на теоретические факты, использованные при решении.

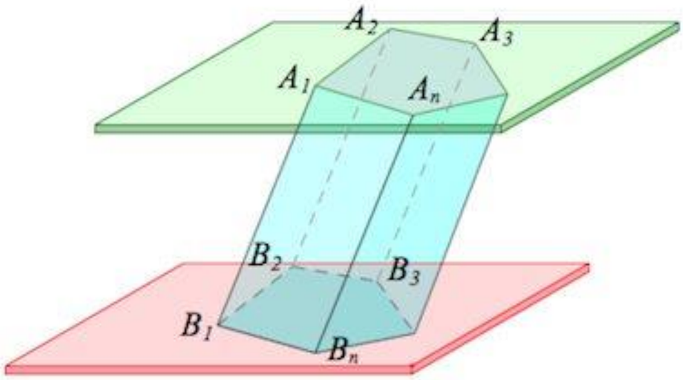
Критерии оценки

Если практическая работа выполнена в полном объеме и правильно оформлена, то ставится оценка «5». Если практическая работа выполнена более чем на 80-89%, ставится оценка «4». Если практическая работа выполнена более чем на 70-79 %, ставится оценка «3».

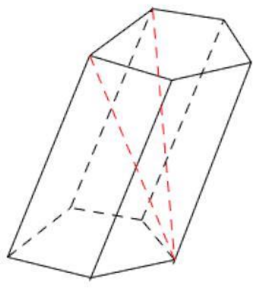
Теоретические положения:

Призмой (n-угольной призмой) называется многогранник, составленный из двух равных многоугольников, лежащих в параллельных плоскостях,

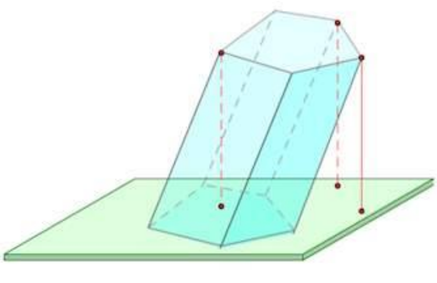
и параллелограммов. .



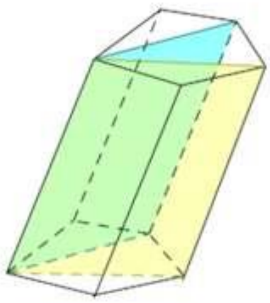
Указанные в определении **равные многоугольники** – основания призмы.
Боковые грани – все грани, кроме оснований (**являются параллелограммами**).
Боковые ребра – общие стороны боковых граней (**параллельны между собой и равны**).
Диагональ – отрезок, соединяющий две вершины призмы, не принадлежащие одной грани.



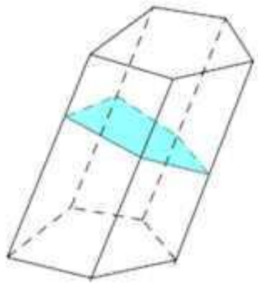
Высота призмы – перпендикуляр, проведенный из какой-нибудь точки одного основания к плоскости другого основания.



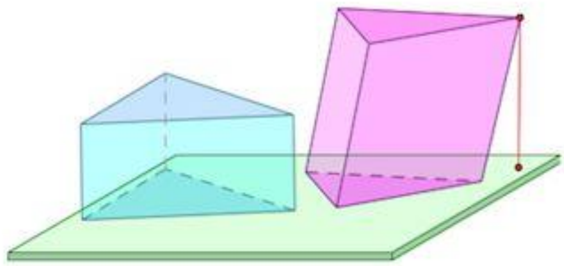
Диагональная плоскость – плоскость, проходящая через боковое ребро призмы и диагональ основания.
Диагональное сечение –пересечение призмы и диагональной плоскости.



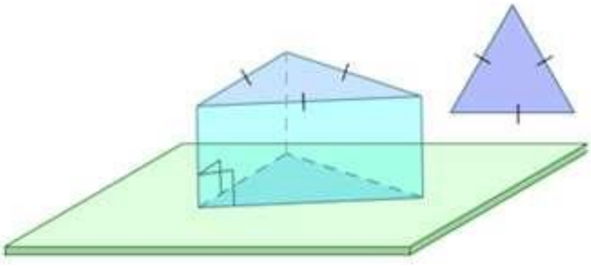
Перпендикулярное сечение – пересечение призмы и плоскости, перпендикулярной ее боковому ребру.



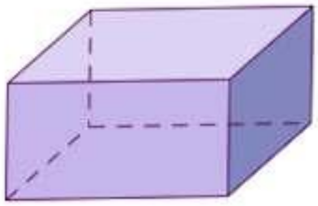
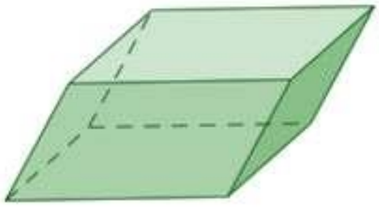
Различают **призмы прямые** (боковые ребра перпендикулярны плоскости основания) и **наклонные**(не прямые).



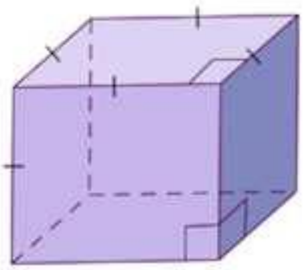
Среди прямых призм выделяют правильные.
Правильная призма – это **прямая** призма, основанием которой является правильный многоугольник (равносторонний треугольник, квадрат, правильный шестиугольник и т.п.).



Частным случаем призмы является параллелепипед.
Параллелепипед – это призма, основаниями которой являются параллелограммы.
Среди параллелепипедов выделяют наклонные, прямые и прямоугольные параллелепипеды.

Прямой параллелепипед — это параллелепипед, у которого 4 боковые грани — прямоугольники.
Прямоугольный параллелепипед — это параллелепипед, у которого все грани — прямоугольники (или прямой параллелепипед с прямоугольником в основании).
Наклонный параллелепипед — это параллелепипед, боковые грани которого не перпендикулярны основаниям.
Частный случай прямоугольного параллелепипеда – куб.
Куб – прямоугольный параллелепипед, все грани которого – квадраты.



1 вариант.

1) Сторона основания правильной четырёхугольной призмы равна а, а диагональ призмы образует с плоскостью основания угол 45º. Найти:

а) диагональ призмы;

б) площадь сечения призмы плоскостью, проходящей через сторону нижнего основания и противоположную сторону верхнего основания.

2) Основанием прямой призмы является прямоугольный треугольник, гипотенуза которого равна т, а острый угол равен 60º. Через катет, противолежащий этому углу, и противоположную этому катету вершину другого основания проведено сечение, составляющее 45º с плоскостью основания. Доказать, что ΔА1СД прямоугольный. Вычислить площадь основания призмы, высоту призмы.

2 вариант.

1) Диагональ правильной четырёхугольной призмы равна а и образует с плоскостью основания угол в 30º. Найти: а) сторону основания призмы, б) площадь сечения призмы плоскостью, проходящей через диагонали основания призмы.

2) Сторона основания правильной треугольной призмы равна а, высота призмы равна 1,5 а. Через сторону основания и противоположную вершину другого основания проведено сечение. Найти:

а) высоту основания призмы;

б) угол между плоскостями основания и сечения призмы.

Практическая работа №14.

Тема: «Различные виды многогранников. Их изображения. Сечения, развертки многогранников. Площадь поверхности. Виды симметрий в пространстве. Симетрия тел вращения и многогранников. Вычисление площадей и объемов»

Цель: Обобщить и систематизировать знания по теме «Призма». Закрепить умения использовать полученные знания для построения и чтения графиков функций.

Методические рекомендации.

Требования к отчету:

Отчет должен содержать решение заданий с указаниями на теоретические факты, использованные при решении.

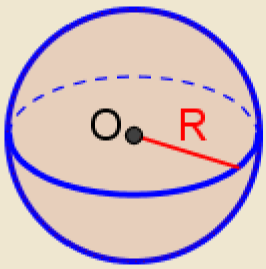
Критерии оценки

Если практическая работа выполнена в полном объеме и правильно оформлена, то ставится оценка «5». Если практическая работа выполнена более чем на 80-89%, ставится оценка «4». Если практическая работа выполнена более чем на 70-79 %, ставится оценка «3».

Теоретические положения:

Сферой называется множество точек пространства, находящихся на одинаковом расстоянии R, называемом ***радиусом*** сферы, от заданной точки, называемой ***центром*** сферы.

Шаром называется множество точек пространства, находящихся от заданной точки O на расстоянии, не большем заданного расстояния R.



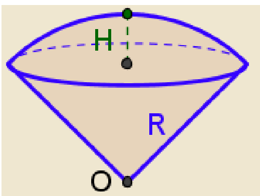
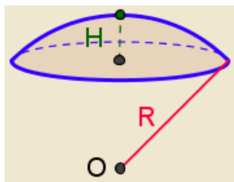
Площадь сферы

$S = 4\pi R^2$

Объем шара

$V = \frac{4}{3}\pi R^3$

Части шара

Шаровой сектор	**Шаровой сегмент**
 $S_{\text{полн}} = \pi R(2H + \sqrt{2RH - H^2})$ $V = \frac{2}{3}\pi R^2 H$	 $S_{\text{бок}} = 2\pi RH$ $V = \frac{1}{3}\pi H^2(3R - H)$

1 вариант

1 уровень

Ответьте на вопросы теста, выбрав один ответ из числа предложенных.

1. Сколько диаметров у сферы?
   а) 1; б) 3; в)2; г) бесконечно много.

2. Какой фигурой является сечение шара плоскостью?
   а) отрезком; б) кругом; в) окружностью; г) сферой.

3. Если радиус сферы увеличить в 2 раза, то объём увеличиться.
а) в 2 раза; б) в 8 раз; в) в 4 раза; г) в 16 раз.

4. По формуле $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ вычисляется объём

а) шара; б) цилиндра; в) конуса; г) шарового сектора.

5. Радиус шара равен 3 см. Найдите объём шара.

а)36π см^3; б) 12π см^3; в) 36 см^3; г) 45π см^3.

2 уровень

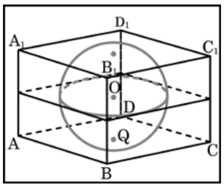
6. Найдите расстояние от центра шара до плоскости сечения, если объём шара равен 288π, а площадь
сечения равна 27π.
а) 2√3; б) 3; в) 4; г) 6; д) 3√2.

7.Найдите объём шара, площадь поверхности которого равна 108π см^2.
а) 108π см^3; б) 108π√2 см^3; в) 81√3 π см^3; г) 81π см^3; д) 108√3 π см^3.

8.Диаметр одного шара равен радиусу другого. Найдите отношение объёмов этих шаров.
а) 1 : 2; б) 2 : 1; в) 4 : 1; г) 1 : 8; д) 8 : 1.

9. Площадь большого круга шара равна 3π см^2. Найдите объём шара.
а) $4\sqrt{3}\pi$ см^3; б) 4√2π см^3; в) 81√3 π см^3; г) 81π см^3; д) 4π см^3.

3 уровень



10. Прямоугольный параллелепипед описан около сферы радиуса 7,5.
Найдите его объем.

11. Радиусы трех шаров равны 6, 8 и 10. Найдите радиус шара, объем которого равен сумме их объемов.

12.Найдите объём шарового сектора, если радиус шара равен 3√2 см, а радиус окружности основания - √10 см.
а) 36√2 π см^3; б) 12√2 π см^3; в) 6√2 π см^3; г) 8√2 π см^3; д) 4√2 π см^3.

2 вариант

1 уровень

Ответьте на вопросы теста, выбрав один ответ из числа предложенных.

1. Сколько радиусов у сферы?
а) 1; б) 3; в)2; г) бесконечно много.

2. Какой фигурой является сечение шара плоскостью?
а) отрезком; б) кругом; в) окружностью; г) сферой.

3. Если радиус сферы увеличить в 3 раза то объём увеличиться
   а) в 2 раза; б) в 8 раз; в) в 27 раз; г) в 16 раз.

4. По формуле $S = 4\pi R^2$ вычисляется площадь
   а) сферы; б) цилиндра; в) конуса; г) шарового сектора.

5. Радиус шара равен 6 см. Найдите объём шара.

   а)36π см^3; б) 12π см^3; в) 36 см^3; г) 288π см^3.

2 уровень

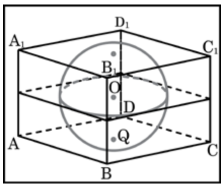
6. Найдите расстояние от центра шара до плоскости сечения, если объём шара равен 288π, а площадь
   сечения равна 16π.
   а) 2√5; б) 3; в) 4; г) 6; д) 3√2.

7.Объем шара равен 36π. Найти площадь его поверхности.
   а) 108π см^2; б) 108π√2 см^2; в) 81√3 π см^2; г) 36π см^2; д) 108√3 π см^2.

8.Объем одного шара в 27 раз больше объема второго. Во сколько раз площадь поверхности первого шара больше площади поверхности второго?
   а) в 27 раз; б) в 9 раз; в) в 3 раза; г) в 2 раза; д) в 4 раза.

9. Площадь большого круга шара равна 9π см^2. Найдите объём шара.
   а) $4\sqrt{3}\,\pi$ см^3; б) 4√2π см^3; в) 81√3 π см^3; г) 81π см^3; д) 36π см^3.

3 уровень



10. Прямоугольный параллелепипед описан около сферы радиуса 9,5.
    Найдите его объем.

11. Радиусы трех шаров равны 3, 4 и 5. Найдите радиус шара, объем которого равен сумме их объемов.

12.Определить объём шарового сектора, если радиус окружности его основания равен 60 см, а радиус шара равен 75 см.
   а) 125π см^3; б) 112500 π см^3; в) 1125π см^3; г) 2500 π см^3; д) 112550 π см^3.

Практическая работа №15.

Тема: «Числовая последовательность, способы ее задания, вычисление членов последовательности. Предел последовательности. Бесконечно убывающая прогрессия. Производная, механический и геометрический смысл производной»

Цель: Обобщить и систематизировать знания по теме «Производная»; закрепить умения использовать полученные знания для нахождения производной функции.

Методические рекомендации.

Требования к отчету:

Отчет должен содержать решение заданий с указаниями на теоретические факты, использованные при решении.

Критерии оценки

Если практическая работа выполнена в полном объеме и правильно оформлена, то ставится оценка «5». Если практическая работа выполнена более чем на 80-89%, ставится оценка «4». Если практическая работа выполнена более чем на 70-79 %, ставится оценка «3».

Теоретические положения:

Производной функцией $y = f(x)$ в точке x называется предел отношения приращения функции Δy к приращению аргумента Δx, когда приращение аргумента стремится к нулю: $y'(x) = \lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\Delta y}{\Delta x}$.

Основные правила и формулы дифференцирования элементарных функций:

$(x^n)' = n\cdot x^{n-1}$	$(\sin x)' = \cos x$	$(\arccos x)' = -\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$(a^x)' = a^x\cdot\ln a$	$(\cos x)' = -\sin x$	$(arctgx)' = \dfrac{1}{1+x^2}$
$(e^x)' = e^x$	$(tgx)' = \dfrac{1}{\cos^2 x}$	$(arcctgx)' = -\dfrac{1}{1+x^2}$
$(\log_a x)' = \dfrac{1}{x\cdot\ln a}$	$(ctgx)' = -\dfrac{1}{\sin^2 x}$	$c' = 0$, $x' = 1$
$(\ln x)' = \dfrac{1}{x}$	$(\arcsin x)' = \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$(u\pm v)' = u'\pm v'$
$(u\cdot v)' = u'\cdot v + u\cdot v'$	$(\dfrac{u}{v})' = \dfrac{u'\cdot v - u\cdot v'}{v^2}$	

Пусть функция $y = y(u)$, $u = u(x)$ - дифференцируемые функции. Тогда сложная функция $y = y(u(x))$ также дифференцируемая функция, причем: $y'_x = y_{u'}\cdot u'_x$ или $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{dy}{du}\cdot\dfrac{du}{dx}$.

Это правило распространяется для любого конечного числа дифференцируемых функций: производная сложной функции равна произведению производных функций, ее составляющих.

Вариант 1

Задание 1. ***Найдите производную функции***

1) y = 12x² - $\sqrt{x}$
2) y = 3sin x + 4x^3
3) y = $\dfrac{3}{x}$ - 4cos x
4) y = 3$x^5 - 8x^{10}$

5) $y = x^3 + 4x^2 - \frac{5}{x^2}$

6) $y = x(x^3 + 4x^2 - 1)$

7) $y = \frac{x^5 + 4x^4 - 1}{x^2}$

8) $y = x \sin x$

9) $y = (x^2 + 4x - 1)^6$

10) $y = \cos(2x + \frac{\pi}{3})$

Задание 2.

Решить уравнение $f'(x) = 0$, если $f(x) = x - \cos x$

Вариант 2

Задание 1. ***Найдите производную функции***

1) $y = 2x^3 - 4\sqrt{x}$

2) $y = 2\sin x + 3x^3$

3) $y = \frac{5}{x} - 7\cos x$

4) $y = 3x^{11} - 5x^4$

5) $y = x^4 - 6x + \frac{3}{x^2}$

6) $y = x(x^2 - 5x + 1)$

7) $y = \frac{x^3 - 5x^2 + 1}{x^2}$

8) $y = x \cos x$

9) $y = (x^3 - 5x + 1)^5$

10) $y = \sin(4x - \frac{\pi}{4})$

Задание 2.

Решить уравнение $f'(x) = 0$, если $f(x) = 3x^4 - 4x^3 - 12x^2$

Практическая работа №16.

Тема: «Уравнение касательной в общем виде. Правила и формулы дифференцирования, таблица производных элементарных функций. Исследование функции с помощью производной. Нахождение наибольшего, наименьшего значения и экстремальных значений функций»

Цель: Закрепить и обобщить умения и навыкиисследования функций и построения графиков с помощью производной.

Методические рекомендации.

Требования к отчету:

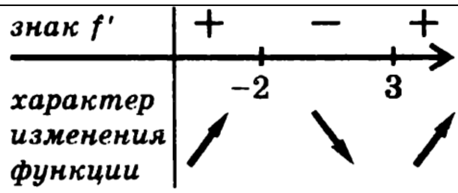
Отчет должен содержать решение заданий с указаниями на теоретические факты, использованные при решении.

Критерии оценки

Если практическая работа выполнена в полном объеме и правильно оформлена, то ставится оценка «5». Если практическая работа выполнена более чем на 80-89%, ставится оценка «4». Если практическая работа выполнена более чем на 70-79 %, ставится оценка «3».

Теоретические положения:

Схема применения производной для нахождения интервалов монотонности и экстремумов

Этапы	**Пример** для функции $y = 2x^3 - 3x^2 - 36x + 5$
Найти область определения функции и интервалы, на которых функция непрерывна.	Обл. определения:R Функция непрерывна во всей обл. определения
Найти производную $f'(x)$.	$f'(x)=6x^2-6x-36$
Найти критические точки, т.е. точки, в которых производная функции равна нулю или не существует.	$f'(x)=0$, $6x^2-6x-36=0$, $x_1=-2$, $x_2=3$
В каждом из интервалов, на которые область определения разбивается критическими точками, определить знак производной и характер изменения функции (с помощью достаточных условий монотонности).	
Относительно каждой критической точки определить, является ли она точкой максимума, минимума или не является точкой экстремума.	$x=-2$ -*точка максимума* ($x_{max}=-2$) $x=3$-*точка минимума* ($x_{min}=3$)
Записать результат исследования функции: промежутки монотонности и экстремумы.	$f(x)$ возрастает при $x \in (-\infty$; -2) и при $x \in$ (3;∞); $f(x)$ убывает при $x \in$ (-2; 3); $x_{max}=-2, y_{max} = f(-2) = 49$; $x_{min}=3, y_{min} = f(3) = -76$

Наибольшее и наименьшее значения функции, непрерывной на отрезке

Функция, непрерывная на отрезке, достигает своего наибольшего и наименьшего значений на этом отрезке либо в критических точках, принадлежащих отрезку, либо на его концах.

Схема нахождения наибольшего и наименьшего значений функции, непрерывнойнаотрезке

Этапы	**Пример**

	для функции $y = 2x^3 - 3x^2 - 36x + 5$ наотрезке [0; 4]
Найтипроизводную$f'(x)$.	$f'(x)=6x^2-6x-36$
Найти на данном отрезке критические точки, т.е. точки, в которых$f'(x) = 0$ или не существует.	$f'(x) = 0$ при$x = -2$ и при $x = 3$. Отрезку [0; 4] принадлежит только одна критическая точка: $x = 3$.
Вычислить значения функции в критических точках и на концах отрезка.	$f(0)=5$ $f(3)=-76$ $f(4)=-59$
Из вычисленных значений выбрать наименьшее и наибольшее.	$\max_{[0;4]} f(x) = f(0) = 5$ $\min_{[0;4]} f(x) = f(3) = -76$

1 вариант

1. Найти интервалы монотонности и экстремумы функции $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x - 4$.
2. Найти наименьшее и наибольшее значение функции на указанном промежутке $f(x) = 2x^3 - 9x^2 - 3$ на отрезке [–1; 4].
3. Исследовать функцию $y= -x^3+4x^2-4x$ и построить ее график.

2 вариант

1. Найти интервалы монотонности и экстремумы функции $f(x) = x^3 + 7x^2 - 5x + 2$.
2. Найти наименьшее и наибольшее значение функции на указанном промежутке $f(x) = 2x^3 + 3x^2 + 2$ на отрезке [–2; 1].
3. Исследовать функцию $y= x^3+6x^2+9x$ и построить ее график.

Практическая работа №17.

Тема: «Интеграл и первообразная. Теорема Ньютона – Лейбница. Применение интеграла к вычислению физических величин и площадей»

Цель: Обобщение и систематизация знаний, полученных при изучении темы: «Первообразная. Определённый интеграл». Расширить представления о практическом значении данной темы.

Методические рекомендации.

Требования к отчету:

Отчет должен содержать решение заданий с указаниями на теоретические факты, использованные при решении.

Критерии оценки

Если практическая работа выполнена в полном объеме и правильно оформлена, то ставится оценка «5». Если практическая работа выполнена более чем на 80-89%, ставится оценка «4». Если практическая работа выполнена более чем на 70-79 %, ставится оценка «3».

Теоретические положения:

<table>
<tr><td colspan="3">Неопределенным интегралом функции $y=f(x)$ называется совокупность первообразных для данной функции: $\int f(x)dx=F(x)+C$, где $(F(x)+C)'=f(x)$, $d(F(x)+C)=f(x)\cdot dx$.</td></tr>
<tr><td colspan="3">Рассмотрим таблицу интегрирования элементарных функций. Она поможет Вам проинтегрировать любую функцию.</td></tr>
<tr><td>1. $\int x^n dx=\frac{x^{n+1}}{n+1}+C$</td><td>2. $\int \frac{dx}{x}=\ln|x|+C$</td><td>3. $\int e^x dx=e^x+C$</td></tr>
<tr><td>4. $\int a^x dx=\frac{a^x}{\ln a}+C$</td><td>5. $\int \sin x dx=-\cos x+C$</td><td>6. $\int \cos x dx=\sin x+C$</td></tr>
<tr><td>7. $\int \frac{dx}{\cos^2 x}=tgx+C$</td><td>8. $\int \frac{dx}{\sin^2 x}=-ctgx+C$</td><td>9. $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}=\arcsin x+C$</td></tr>
<tr><td></td><td>10. $\int \frac{dx}{1+x^2}=arctgx+C$</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="3">Рассмотрим основные свойства неопределенных интегралов:</td></tr>
<tr><td>5.</td><td colspan="2">Постоянный множитель можно выносить за знак интеграла $\int m\cdot f(x)dx=m\cdot\int f(x)dx$, где $m=const$.</td></tr>
<tr><td>6.</td><td colspan="2">Неопределенный интеграл от алгебраической суммы функций равен алгебраической сумме интегралов от этих функций $\int (f(x)+g(x))dx=\int f(x)dx+\int g(x)dx$</td></tr>
</table>

Опр. Если F(x) - первообразная функции *f(x)*, то разность F(*b*) - F(*a*) называется определённым интегралом от функции *f(x)* на отрезке [a ;b] и обозначают $\int_a^b f(x)\,dx$

a – нижний предел интегрирования

b - верхний предел интегрирования

f(x)- подынтегральная функция

Правило вычисления определённого интеграла:

$$\int_a^b f(x)\,dx = F(x)\Big|_a^b = F(b) - F(a)$$

Формула Ньютона – Лейбница

Вариант 1

1. Докажите, что ***F(x)*** – первообразная для функции ***f(x)*** на указанном промежутке, если:

а) $F(x)=\frac{x^2}{2}$, $f(x)=x$, $x \in (-\infty; +\infty)$;

б) $F(x)=x^{-2}-\frac{1}{3}$, $f(x)=-2x^{-8}$, $x \in (0; +\infty)$;

в) $F(x)=3\sqrt[4]{x^3}+\sqrt{2}$, $f(x)=\frac{9}{4\sqrt[4]{x}}$, $x \in (0; +\infty)$;

1. Для функции $\boldsymbol{f(x)=x^2}$ найдите первообразную,график которой проходит проходит через точку ***M (-1;2)***

3. Вычислите интеграл:

А) $\int_{0,25}^{0,5} \frac{dx}{x^2}$

В) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} 4\cos x dx$

С) $\int_{-1}^{2} 2x^3 dx$

Вариант 2

1. Докажите, что ***F(x)*** – первообразная для ***f(x)*** на указанном промежутке, если:

а) $F(x)=\frac{x^7}{7}$, $f(x)=x^6$, $x \in (-\infty; +\infty)$;

б) $F(x)=2x^{-1}+\sqrt{5}$, $f(x)=-2x^{-2}$, $x \in (0; +\infty)$;

в) $F(x)=3\sqrt[4]{x}-\frac{1}{5}$, $f(x)=\frac{3}{4\sqrt[4]{x^3}}$, $x \in (0; +\infty)$;

2. Для функции $\boldsymbol{f(x)=x^3}$ найдите первообразную,график которой проходит проходит через точку ***M (1;-1)*** .

3.А) $\int_{0,5}^{1} \frac{dx}{x^3}$ С) $\int_{\frac{\pi}{8}}^{\frac{\pi}{4}} \sin 4x dx$ В) $\int_{-2}^{\frac{1}{2}} 3x^2 dx$

Практическая работа №18.

Тема: «Классическое определение вероятности, свойства вероятностей, теорема о сумме вероятностей. Вычисление вероятностей. Прикладные задачи. Представление числовых данных. Прикладные задачи»

Цель: Обобщить и систематизировать знания по теме «Вероятность события». Совершенствовать умения и навыки решения геометрических задач.

Методические рекомендации.

Требования к отчету:

Отчет должен содержать решение заданий с указаниями на теоретические факты, использованные при решении.

Критерии оценки

Если практическая работа выполнена в полном объеме и правильно оформлена, то ставится оценка «5». Если практическая работа выполнена более чем на 80-89%, ставится оценка «4». Если практическая работа выполнена более чем на 70-79 %, ставится оценка «3».

Теоретические положения:

Сложение вероятностей.Событие $A \cap B$ наступает, если наступают оба события A и B одновременно.Пусть A и B — два события одного случайного опыта. Рассмотрим те элементарные события, которые благоприятствуют событию A, и те элементарные события, которые благоприятствуют событию B. Все вместе эти элементарные события благоприятствуют новому событию, которое называется **объединением событий *A* и *B***.Событие $A \cup B$ наступает, если наступает **хотя бы** одно из событий A или B. Это означает, что наступает либо A, либо B, либо A и Bвместе.Пусть A и B — два события одного случайного опыта. Рассмотрим элементарные события, которые благоприятствуют и событию A и событию B. Все вместе эти элементарные события благоприятствуют новому событию, которое называется **пересечением событий *A*и *B***.Если события A и B не имеют общих благоприятствующих элементарных событий, то они не могут наступить одновременно в ходе одного и того же опыта (еще говорят взаимоисключающие). Такие события называют **несовместными**, а их пересечение — пустое событие.Если события A и B несовместны, то $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$Б) Если A и B — любые события, то $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

Случайный выбор — это выбор наудачу одного предмета из группы предметов.Выбор наудачу — это разновидность случайного опыта с равновозможными элементарными событиями. Элементарным событием в таком опыте является извлечение одного предмета из группы. Если в группе N предметов, то каждый из них может быть выбран с вероятностью $1/N$. После выбора одного предмета случайный выбор можно продолжить, выбрав второй, третий и т. д. предметы или сразу взять наудачу нужное количество предметов. Собранную таким образом группу называют **случайной выборкой**.**Независимые события** — это события, которые не связаны друг с другом, т.е. по наступлению одного из них нельзя судить о вероятности другого. Например, при бросании двух костей результат бросания первой кости не влияет на результат бросания второй.Если события A и B независимы, то $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$.

Задание

Пример1.Мишень представляет три области. Для данного стрелка вероятность попасть в первую область 0,15, во вторую — 0,25, в третью — 0,4.а) Какова вероятность стрелку попасть с первого выстрела в какую-нибудь из трех областей?б) Какова вероятность промазать с первого выстрела?

Пример 2.Игральную кость бросают дважды. Какова вероятность, что оба раза выпало разное число очков?

Пример 3.Бросают две правильные игральные кости. Какова вероятность, что на обеих выпало число очков меньше трех?

Пример 4.Какова вероятность, что при бросании двух игральных костей выпадут две шестерки.

Пример 5.Бросают две игральные кости. Какова вероятность, что на первой кости выпало более трех очков, а на второй — менее трех?

Пример 6.Какова вероятность выпадения трех шестерок подряд при бросании кости?

Практическая работа №19.

Тема: «Корни уравнений. Равносильность уравнений. Преобразование уравнений. Основные приемы решения уравнений»

Цель: Обобщить и систематизировать знания по теме «рациональные и иррациональные уравнения». Закрепить умения использовать полученные знания для решения уравнений

Методические рекомендации.

Требования к отчету:

Отчет должен содержать решение заданий с указаниями на теоретические факты, использованные при решении.

Критерии оценки

Если практическая работа выполнена в полном объеме и правильно оформлена, то ставится оценка «5». Если практическая работа выполнена более чем на 80-89%, ставится оценка «4». Если практическая работа выполнена более чем на 70-79 %, ставится оценка «3».

Теоретические положения:

Для решения рационального уравнения используем последовательно знания следующих свойств:

- Стандартные приемы: раскрытие скобок.
- Методы решения уравнений: введение новой переменной.
- Правила преобразования уравнений.
- Решение квадратного уравнения.

Уравнение, которые можно свести к дроби *f(x)/g(x)=0,* называется *дробно рациональным уравнением.* Если уравнение имеет несколько слагаемых, то переносим их по одну сторону знака равенства и сводим к общему знаменателю. В результате получим дробную функцию *f(x)/g(x),* которая равна нулю $\frac{f(x)}{g(x)}=0.$

Следующим шагом находим корни числителя. Отвергаем среди них те, которые не принадлежат области допустимых значений (нули знаменателя) и записываем правильный ответ.

Иррациональным называется уравнение, в котором неизвестное (переменная) содержится под знаком корня или под знаком операции возведения в рациональную (дробную) степень.

Для решения иррациональных уравнений обычно используются следующие приемы:

1) «уединение» корня в одной из частей уравнения и возведение в соответствующую степень;
2) введение новой переменной;
3) сведение к системе уравнений;
4) применение свойств функций, входящих в уравнение.

Следует помнить, что при решении иррациональных уравнений необходима проверка всех найденных корней путем их подстановки в исходное уравнение или нахождение ОДЗ и следующий анализ корней (при решении методом приведения к равносильной смешанной системе уравнений и неравенств необходимость в этом отпадает).

Вариант 1.

Решите уравнения

A) $(3x-4)^2-(5x-2)(5x+2)+20=0$

B) $\frac{2x^2+4}{3}-\frac{2-3x}{4}=\frac{x^2+8}{6}$

C) $\frac{1}{x-3}+\frac{1}{x+3}=\frac{5}{8}$

D) $\sqrt{1-x}=x+1$

E) $\sqrt{x^2+x+4}=4$

F) $\sqrt{5-x}-\sqrt{5+x}=2$

Вариант 2.

Решите уравнения

A) $(4x+3)(4x-3)-(6x-1)^2+18=0$

B) $\frac{x^2+x}{4}-\frac{3-7x}{20}=0{,}3$

C) $\frac{1}{x-2}+\frac{1}{x+2}=\frac{3}{8}$

D) $\sqrt{x+1}=1-x$

E) $\sqrt{x^2-x-3}=3$

F) $\sqrt{12+x}-\sqrt{1-x}=1$

Практическая работа №20.

Тема: «Решение систем уравнений. Использование свойств и графиков функции для решения уравнений и неравенств»

Цель: Обобщить и систематизировать знания по теме «рациональные и иррациональные неравенства». Совершенствовать умения и навыки решения рациональных и иррациональных неравенств

Методические рекомендации.

Требования к отчету:

Отчет должен содержать решение заданий с указаниями на теоретические факты, использованные при решении.

Критерии оценки

Если практическая работа выполнена в полном объеме и правильно оформлена, то ставится оценка «5». Если практическая работа выполнена более чем на 80-89%, ставится оценка «4». Если практическая работа выполнена более чем на 70-79 %, ставится оценка «3».

Теоретические положения:

Свойства числовых неравенств.

1. Если $a > b$, то $b < a$; наоборот, если $a < b$, то $b > a$.
2. Если $a > b$ и $b > c$, то $a > c$. Точно так же, если $a < b$ и $b < c$, то $a < c$.

3. Если $a > b$, то $a + c > b + c$ (и $a - c > b - c$). Если же $a < b$, то $a + c < b + c$ (и $a - c < b - c$). Т. е. к обеим частям неравенства можно прибавлять (или из них вычесть) одну и ту же величину.

4. Если $a > b$ и $c > d$, то $a + c > b + d$; точно так же, если $a < b$ и $c < d$, то $a + c < b + d$, т. е. два неравенства одинакового смысла можно почленно складывать.

Замечание. Два неравенства одинакового смысла нельзя почленно вычитать друг из друга, так как результат может быть верным, но может быть и неверным

5. Если $a > b$ и $c < d$, то $a - c > b - d$; если $a < b$ и $c > d$, то $a - c < b - d$, т.е. из одного неравенства можно почленно вычесть другое неравенство противоположного смысла, оставляя знак того неравенства, из которого вычиталось другое.

6. Если $a > b$ и m – положительное число, то $m\,a > m\,b$ и $\frac{a}{m} > \frac{b}{m}$,

т.е. обе части неравенства можно умножить или разделить на одно и то же положительное число (знак неравенства остаётся тем же).

Если же $a > b$ и n – отрицательное число, то $n\,a < n\,b$ и $\frac{a}{n} < \frac{b}{n}$, т.е. обе части неравенства можно умножить или разделить на одно и то же отрицательное число, но при этом знак неравенства нужно переменить на противоположный.

7. Если $a > b$ и $c > d$, где $a, b, c, d > 0$, то $a\,c > b\,d$ и если $a < b$ и $c < d$, где $a, b, c, d > 0$, то $ac<bd$, т.е. неравенства одного смысла на множестве положительных чисел можно почленно перемножать. *Следствие.* Если $a > b$, где $a, b > 0$, то $a^2 > b^2$, и если $a < b$, то $a^2 < b^2$, т.е. на множестве положительных чисел обе части неравенства можно возводить в квадрат.

8. Если $a > b$, где $a, b > 0$, то $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ и если $a < b$, то $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$.

Опр. Иррациональными неравенствами называются, в которых переменные или рациональные функции переменных находятся под знаками корней.

При решении таких неравенств используют следующее утверждение: если обе части принимают только неотрицательные значения, то возведя обе части неравенства в квадрат, сохранив знак исходного неравенства, получим неравенство равносильное данному.

Вариант 1.

Решите неравенства

А) $\frac{x^2-14x-15}{10-4x}>0$ б) $\sqrt{2x-1}<3$ в) $\frac{11+x}{x+3}\le\frac{4}{x}-1$ г) $(2x-3)\cdot\sqrt{4-x}\ge 0$

Вариант 2

Решите неравенства

А) $\frac{5x^2+4x-1}{7-2x}<0$ б) $\sqrt{3x+2}>4$ в) $\frac{11+x}{x+3}\le\frac{4}{x}-1$ г) $\sqrt{x+1}-\sqrt{9-x}\le\sqrt{2x-12}$

Список литературы:

1. Александров А. Д. Математика: алгебра и начала математического анализа. Геометрия. 10 – 11.Учеб.для общеобразовательных учр. – М.: Просвешение, 2016 г.
2. Алимов Ш. А. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 кл.Учеб.для общеобразовательных учр. – М.: Просвешение, 2016 г.
3. Мордкович А. Г. Алгебра и начала анализа. 10-11 кл. Ч.1,2 Учеб.для общеобразовательных учр. -3 изд. испр. – М.: Мнемозина, 2011 г.
4. Пехлецкий И.Д. Математика: Учебник для средних специальных учебных заведений. – М.: Академия, 2005.
5. Богомолов Н.В.: Математика: Учебное пособие., 5-е изд. – М.: Высшая школа, 2004.
6. Богомолов Н.В. Практические занятия по математике: Учебное пособие., 5-е изд. – М.: Высшая школа, 2004