

**Государственное бюджетное профессиональное образовательное учреждение  
Иркутской области  
«Иркутский техникум транспорта и строительства»**

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ  
К ПРАКТИЧЕСКИМ ЗАНЯТИЯМ  
УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ  
ОДУ.04 Математика**

**по профессии среднего профессионального образования  
23.01.17 Мастер по ремонту и обслуживанию автомобилей**

**Квалификация:** мастер по ремонту и обслуживанию автомобилей

**Форма обучения:** очная

**Нормативный срок обучения:** 1 год 10 месяцев  
на базе основного общего образования

Иркутск, 2025 г.

Методические указания к практическим занятиям учебной дисциплины разработаны на основе:

Федерального государственного образовательного стандарта среднего общего образования, утвержденного приказом Министерства образования и науки РФ от 17 мая 2012 года № 413 с изменениями и дополнениями от 29 декабря 2014 г., 31 декабря 2015 г., 29 июня 2017 г., 12.08.2022 г. Пр. №732;

Федеральной образовательной программы среднего общего образования (Приказ Минпросвещения России от 18.05.2023 N 371 "Об утверждении федеральной образовательной программы среднего общего образования" (Зарегистрировано в Минюсте России 12.07.2023 N 74228));

Федерального государственного образовательного стандарта по профессии **23.01.17 Мастер по ремонту и обслуживанию автомобилей** от 16 августа 2024 г. N 580;

Рабочей программы воспитания ГБПОУ ИО ИТТриС;

Рабочей программы дисциплины.

Является частью ОП образовательной организации.

Организация – разработчик: ГБПОУ ИО «Иркутский техникум транспорта и строительства»

Разработчик: Котлярова Анастасия Сергеевна, преподаватель высшей квалификационной категории

Рассмотрена и одобрена на заседании

ДЦК

Протокол № 10 от 29.05.2025г.

## СОДЕРЖАНИЕ

1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ .....	6
2. РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ, РЕГЛАМИНТИРОВАННЫЕ ФГОС СОО С УЧЕТОМ ФГОС СПО.....	7
3. ПЕРЕЧЕНЬ ПРАКТИЧЕСКИХ работ .....	12
4. СОДЕРЖАНИЕ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ.....	14
Раздел 1. Повторение курса математики основной школы. ....	14
ПР №1. Числа и вычисления. Выражения и их преобразования. Процент.....	14
ПР №2. Уравнения и неравенства. Системы уравнений.....	15
ПР №3. Решение практико-ориентированных задач.....	15
ПР №4. Решение практико-ориентированных задач.....	16
Раздел 2. Основы тригонометрии. Тригонометрические функции. ....	17
ПР №5. Тригонометрические функции произвольного угла, числа.....	17
ПР №6. Основные тригонометрические тождества. ....	17
ПР №7. Формулы приведения .....	18
ПР №8. Синус, косинус, тангенс суммы и разности двух углов. ....	19
ПР №9. Синус, косинус, тангенс двойного угла. ....	19
ПР №10. Преобразование графиков тригонометрических функций.....	20
ПР № 11. Решение практико-ориентированных задач.....	20
ПР №12. Решение практико-ориентированных задач.....	21
ПР №13. Тригонометрические уравнения вида $\cos x=a$ .....	21
ПР №14. Тригонометрические уравнения вида $\sin x=a$ .....	22
ПР №15. Тригонометрические уравнения вида $\operatorname{tg} x=a$ .....	22
ПР №16. Тригонометрические неравенства.....	23
Раздел 3. Степени и корни. Степенная функция. ....	23
ПР №17. Преобразование выражений с корнями n-ой степени.....	23
ПР №18. Степень с рациональным и действительным показателем.....	24
ПР №19. Преобразование выражений с рациональным и действительным показателем. ....	24
ПР №20. Иррациональные уравнения. ....	25
ПР №21. Решение иррациональных уравнений.....	25
ПР №22. Решение иррациональных уравнений.....	26
Раздел 4. Показательная функция. ....	26
ПР №23. Решение практико-ориентированных задач.....	26
ПР №24. Показательные уравнения.....	27
ПР №25. Решение показательных уравнений.....	28
ПР №26. Решение показательных уравнений и неравенств.....	28
ПР №27. Системы показательных уравнений.....	29
ПР №28. Решение систем показательных уравнений. ....	29
Раздел 5. Логарифмическая функция. ....	30

ПР №29. Логарифмические тождества.....	30
ПР №30. Свойства логарифмов.....	31
ПР №31. Преобразование логарифмических выражений.....	31
ПР №32. Логарифмические уравнения.....	32
ПР №33. Решение логарифмических уравнений.....	33
ПР №34. Решение логарифмических уравнений и неравенств.....	34
ПР №35. Решение практико-ориентированных задач.....	35
ПР №36. Решение практико-ориентированных задач.....	36
Раздел 6. Производная функции, ее применение.....	36
ПР №37. Производная степенной функции.....	36
ПР №38. Правила дифференцирования суммы и разности функций.....	37
ПР №39. Правила дифференцирования произведения и частного функций.....	38
ПР №40. Производные некоторых элементарных функций.....	39
ПР №41. Вычисление производных сложных функций.....	40
ПР №42. Механический смысл производной.....	41
ПР №43. Геометрический смысл производной.....	42
ПР №44. Исследование функции с помощью производной.....	42
ПР №45. Наибольшее и наименьшее значения функции.....	43
ПР №46. Решение практико-ориентированных задач.....	44
ПР №47. Решение практико-ориентированных задач.....	44
ПР №48. Решение практико-ориентированных задач.....	45
Раздел 7. Первообразная функции, ее применение.....	45
ПР №49. Площадь криволинейной трапеции. Формула Ньютона-Лейбница.....	45
ПР №50. Решение практико-ориентированных задач.....	46
ПР №51. Решение практико-ориентированных задач.....	47
Раздел 8. Прямые и плоскости в пространстве.....	48
ПР №52. Параллельность прямой и плоскости. Угол между прямой и плоскостью....	48
ПР №53. Параллельность плоскостей. Параллельное проектирование.....	48
ПР №54. Перпендикулярность плоскостей. Перпендикуляр и наклонная.....	48
ПР №55. Теорема о трех перпендикулярах.....	49
ПР №56. Решение практико-ориентированных задач.....	49
ПР №57. Решение практико-ориентированных задач.....	50
Раздел 9. Координаты и векторы в пространстве.....	50
ПР №58. Расстояние между двумя точками.....	50
ПР №59. Решение практико-ориентированных задач.....	51
ПР №60. Решение практико-ориентированных задач.....	51
Раздел 10. Многогранники и тела вращения.....	51
ПР №61. Параллелепипед, куб. Сечение куба, параллелепипеда.....	51
ПР №62. Боковая и полная поверхность призмы, пирамиды.....	52
ПР №63. Решение практико-ориентированных задач.....	52

ПР №64. Цилиндр, его составляющие. Сечение цилиндра .....	52
ПР №65. Конус, его составляющие. Сечение конуса.....	53
ПР №66. Понятие об объеме тела. Отношение объемов подобных тел.....	53
ПР №67. Объемы многогранников. Объемы цилиндра и конуса .....	54
ПР №68. Решение задач. Многогранники и тела вращения .....	54
ПР №69. Решение практико-ориентированных задач.....	54
ПР №70. Решение практико-ориентированных задач.....	55
5. ЛИТЕРАТУРА.....	56

## 1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Методические указания к практическим занятиям учебной дисциплины «Математика» предназначены для формирования учебных и практических умений обучающихся по дисциплине. Они составляют важную часть теоретической и профессиональной практической подготовки.

Учебным планом на изучение дисциплины отводится 234 часа, в том числе практические занятия – 140 часов. На выполнение практической работы отводится два академических часа.

Выполнение обучающимися практических работ направлено на:

- обобщение, систематизацию, углубление теоретических знаний;
- формирование умений применять полученные знания в практической деятельности;
- развитие аналитических, проектировочных, конструктивных умений;
- выработку самостоятельности, ответственности, точности и творческой инициативы.

Практические занятия - один из видов практического обучения, имеющий целью закрепление теоретических знаний и формирование практических умений и навыков. Практическая работа по математике заключается в выполнении обучающимися под руководством преподавателя комплекса учебных заданий, направленных на усвоение основ учебной дисциплины, приобретение практических навыков решения примеров и задач.

Критерии оценки практических работ:

Отметка "5", если:

- работа выполнена полностью;
- в логических рассуждениях и обосновании нет пробелов и ошибок;
- в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала)

Отметка "4", если:

- работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны (если умение обосновывать рассуждения не являлось специальным объектом проверки);
- допущена одна существенная ошибка или две-три несущественных ошибки

Отметка "3", если:

- допущены более одной существенной ошибки или более двух-трех несущественных ошибок, но обучающийся владеет обязательными умениями по проверяемой теме; при этом правильно не выполнено менее половины работы

Отметка "2", если:

- допущены существенные ошибки, показавшие, что обучающийся не владеет обязательными умениями по данной теме в полной мере.

К категории *существенных ошибок* следует отнести ошибки, связанные с незнанием, непониманием обучающимися основных положений теории и с неправильным применением методов, способов, приемов решения практических заданий, предусмотренных программой

К категории *несущественных ошибок* следует отнести погрешности, связанные с небрежным выполнением записей, рисунков, графиков, чертежей, а также погрешности и недочеты, которые не приводят к искажению смысла задания и его выполнения.

## 2. РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ, РЕГЛАМИНТИРОВАННЫЕ ФГОС СОО С УЧЕТОМ ФГОС СПО

Дисциплинарные (предметные) результаты отражают:

– Владение методами доказательств, алгоритмами решения задач; умение формулировать определения, аксиомы и теоремы, применять их, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;

– Умение оперировать понятиями: степень числа, логарифм числа; умение выполнять вычисление значений и преобразования выражений со степенями и логарифмами, преобразования дробно-рациональных выражений;

– Умение оперировать понятиями: рациональные, иррациональные, показательные, степенные, логарифмические, тригонометрические уравнения и неравенства, их системы;

– Умение оперировать понятиями: функция, непрерывная функция, производная, первообразная, определенный интеграл; умение находить производные элементарных функций, используя справочные материалы; исследовать в простейших случаях функции на монотонность, находить наибольшие и наименьшие значения функций; строить графики многочленов с использованием аппарата математического анализа; применять производную при решении задач на движение; решать практико-ориентированные задачи на наибольшие и наименьшие значения, на нахождение пути, скорости и ускорения;

– Умение оперировать понятиями: рациональная функция, показательная функция, степенная функция, логарифмическая функция, тригонометрические функции, обратные функции; умение строить графики изученных функций, использовать графики при изучении процессов и зависимостей, при решении задач из других учебных предметов и задач из реальной жизни; выражать формулами зависимости между величинами;

– Умение решать текстовые задачи разных типов (в том числе на проценты, доли и части, на движение, работу, стоимость товаров и услуг, налоги, задачи из области управления личными и семейными финансами); составлять выражения, уравнения, неравенства и их системы по условию задачи, исследовать полученное решение и оценивать правдоподобность результатов;

– Умение оперировать понятиями: среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения, размах, дисперсия, стандартное отклонение числового набора; умение извлекать, интерпретировать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках, отражающую свойства реальных процессов и явлений; представлять информацию с помощью таблиц и диаграмм; исследовать статистические данные, в том числе с применением графических методов и электронных средств;

– Умение оперировать понятиями: случайный опыт и случайное событие, вероятность случайного события; умение вычислять вероятность с использованием графических методов; применять формулы сложения и умножения вероятностей, комбинаторные факты и формулы при решении задач; оценивать вероятности реальных событий; знакомство со случайными величинами; умение приводить примеры проявления закона больших чисел в природных и общественных явлениях;

– Умение оперировать понятиями: точка, прямая, плоскость, пространство, двугранный угол, скрещивающиеся прямые, параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей, угол между прямыми, угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями, расстояние от точки до плоскости, расстояние между прямыми, расстояние между плоскостями; умение использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии; умение оценивать размеры объектов окружающего мира;

– Умение оперировать понятиями: многогранник, сечение многогранника, куб, параллелепипед, призма, пирамида, фигура и поверхность вращения, цилиндр, конус, шар, сфера, сечения фигуры вращения, плоскость, касающаяся сферы, цилиндра, конуса, площадь поверхности пирамиды, призмы, конуса, цилиндра, площадь сферы, объем куба, прямоугольного параллелепипеда, пирамиды, призмы, цилиндра, конуса, шара; умение изображать многогранники и поверхности вращения, их сечения от руки, с помощью чертежных инструментов и электронных средств; умение распознавать симметрию в пространстве; умение распознавать правильные многогранники;

– Умение оперировать понятиями: движение в пространстве, подобные фигуры в пространстве; использовать отношение площадей поверхностей и объемов подобных фигур при решении задач;

– Умение вычислять геометрические величины (длина, угол, площадь, объем, площадь поверхности), используя изученные формулы и методы;

– Умение оперировать понятиями: прямоугольная система координат, координаты точки, вектор, координаты вектора, скалярное произведение, угол между векторами, сумма векторов, произведение вектора на число; находить с помощью изученных формул координаты середины отрезка, расстояние между двумя точками;

– Умение выбирать подходящий изученный метод для решения задачи, распознавать математические факты и математические модели в природных и общественных явлениях, в искусстве; умение приводить примеры математических открытий российской и мировой математической науки.

– Умение оперировать понятиями: определение, аксиома, теорема, следствие, свойство, признак, доказательство, равносильные формулировки; умение формулировать обратное и противоположное утверждение, приводить примеры и контрпримеры, использовать метод математической индукции; проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений;

– Умение оперировать понятиями: множество, подмножество, операции над множествами; умение использовать теоретико-множественный аппарат для описания реальных процессов и явлений, и при решении задач, в том числе из других учебных предметов;

– Умение оперировать понятиями: граф, связный граф, дерево, цикл, граф на плоскости; умение задавать и описывать графы различными способами; использовать графы при решении задач;

– Умение свободно оперировать понятиями: сочетание, перестановка, число сочетаний, число перестановок; бином Ньютона; умение применять комбинаторные факты и рассуждения для решения задач;

– Умение оперировать понятиями: натуральное число, целое число, остаток по модулю, рациональное число, иррациональное число, множества натуральных, целых, рациональных, действительных чисел; умение использовать признаки делимости, наименьший общий делитель и наименьшее общее кратное, алгоритм Евклида при решении задач; знакомство с различными позиционными системами счисления;

– Умение свободно оперировать понятиями: степень с целым показателем, корень натуральной степени, степень с рациональным показателем, степень с действительным (вещественным) показателем, логарифм числа, синус, косинус и тангенс произвольного числа;

– Умение оперировать понятиями: тождество, тождественное преобразование, уравнение, неравенство, система уравнений и неравенств, равносильность уравнений,

неравенств и систем, рациональные, иррациональные, показательные, степенные, логарифмические, тригонометрические уравнения, неравенства и системы; умение решать уравнения, неравенства и системы с помощью различных приемов; решать уравнения, неравенства и системы с параметром; применять уравнения, неравенства, их системы для решения математических задач и задач из различных областей науки и реальной жизни;

– Умение свободно оперировать понятиями: график функции, обратная функция, композиция функций, линейная функция, квадратичная функция, степенная функция с целым показателем, тригонометрические функции, обратные тригонометрические функции, показательная и логарифмическая функции; умение строить графики функций, выполнять преобразования графиков функций;

умение использовать графики функций для изучения процессов и зависимостей при решении задач из других учебных предметов и из реальной жизни; выражать формулами зависимости между величинами;

умение свободно оперировать понятиями: четность функции, периодичность функции, ограниченность функции, монотонность функции, экстремум функции, наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке; умение проводить исследование функции;

умение использовать свойства и графики функций для решения уравнений, неравенств и задач с параметрами; изображать на координатной плоскости множества решений уравнений, неравенств и их систем;

– Умение свободно оперировать понятиями: последовательность, арифметическая прогрессия, геометрическая прогрессия, бесконечно убывающая геометрическая прогрессия; умение задавать последовательности, в том числе с помощью рекуррентных формул;

– Умение оперировать понятиями: непрерывность функции, асимптоты графика функции, первая и вторая производная функции, геометрический и физический смысл производной, первообразная, определенный интеграл; умение находить асимптоты графика функции; умение вычислять производные суммы, произведения, частного и композиции функций, находить уравнение касательной к графику функции;

умение использовать производную для исследования функций, для нахождения наилучшего решения в прикладных, в том числе социально-экономических и физических задачах, для определения скорости и ускорения; находить площади и объемы фигур с помощью интеграла; приводить примеры математического моделирования с помощью дифференциальных уравнений;

– Умение оперировать понятиями: комплексное число, сопряженные комплексные числа, модуль и аргумент комплексного числа, форма записи комплексных чисел (геометрическая, тригонометрическая и алгебраическая); уметь производить арифметические действия с комплексными числами; приводить примеры использования комплексных чисел;

– Умение свободно оперировать понятиями: среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения, размах, дисперсия, стандартное отклонение для описания числовых данных; умение исследовать статистические данные, в том числе с применением графических методов и электронных средств; графически исследовать совместные наблюдения с помощью диаграмм рассеивания и линейной регрессии;

– Умение находить вероятности событий с использованием графических методов; применять для решения задач формулы сложения и умножения вероятностей, формулу полной вероятности, формулу Бернулли, комбинаторные факты и формулы; оценивать

вероятности реальных событий; умение оперировать понятиями: случайная величина, распределение вероятностей, математическое ожидание, дисперсия и стандартное отклонение случайной величины, функции распределения и плотности равномерного, показательного и нормального распределений; умение использовать свойства изученных распределений для решения задач; знакомство с понятиями: закон больших чисел, методы выборочных исследований; умение приводить примеры проявления закона больших чисел в природных и общественных явлениях;

– Умение свободно оперировать понятиями: точка, прямая, плоскость, пространство, отрезок, луч, плоский угол, двугранный угол, трехгранный угол, пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые, параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей, угол между прямыми, угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями; умение использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии; умение оценивать размеры объектов в окружающем мире; умение оперировать понятиями: многогранник, сечение многогранника, правильный многогранник, призма, пирамида, фигура и поверхность вращения, цилиндр, конус, шар, сфера, развертка поверхности, сечения конуса и цилиндра, параллельные оси или основанию, сечение шара, плоскость, касающаяся сферы, цилиндра, конуса; умение строить сечение многогранника, изображать многогранники, фигуры и поверхности вращения, их сечения, в том числе с помощью электронных средств; умение применять свойства геометрических фигур, самостоятельно формулировать определения изучаемых фигур, выдвигать гипотезы о свойствах и признаках геометрических фигур, обосновывать или опровергать их; умение проводить классификацию фигур по различным признакам, выполнять необходимые дополнительные построения;

– Умение свободно оперировать понятиями: площадь фигуры, объем фигуры, величина угла, расстояние от точки до плоскости, расстояние между прямыми, расстояние между плоскостями, площадь сферы, площадь поверхности пирамиды, призмы, конуса, цилиндра, объем куба, прямоугольного параллелепипеда, пирамиды, призмы, цилиндра, конуса, шара; умение находить отношение объемов подобных фигур;

– Умение свободно оперировать понятиями: движение, параллельный перенос, симметрия на плоскости и в пространстве, поворот, преобразование подобия, подобные фигуры; умение распознавать равные и подобные фигуры, в том числе в природе, искусстве, архитектуре; умение использовать геометрические отношения, находить геометрические величины (длина, угол, площадь, объем) при решении задач из других учебных предметов и из реальной жизни;

– Умение свободно оперировать понятиями: прямоугольная система координат, вектор, координаты точки, координаты вектора, сумма векторов, произведение вектора на число, разложение вектора по базису, скалярное произведение, векторное произведение, угол между векторами; умение использовать векторный и координатный метод для решения геометрических задач и задач других учебных предметов; оперировать понятиями: матрица  $2 \times 2$  и  $3 \times 3$ , определитель матрицы, геометрический смысл определителя;

– Умение моделировать реальные ситуации на языке математики; составлять выражения, уравнения, неравенства и их системы по условию задачи, исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры, интерпретировать полученный результат; строить математические модели с помощью геометрических понятий и величин, решать связанные с ними практические задачи; составлять вероятностную модель и интерпретировать полученный результат; решать прикладные задачи средствами

математического анализа, в том числе социально-экономического и физического характера;

– Умение выбирать подходящий метод для решения задачи; понимание значимости математики в изучении природных и общественных процессов и явлений; умение распознавать проявление законов математики в искусстве, умение приводить примеры математических открытий российской и мировой математической науки.

### 3. ПЕРЕЧЕНЬ ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ

№ п/п	Тематика практических работ
	<b>Раздел 1. Повторение курса математики основной школы.</b>
1	Числа и вычисления. Выражения и их преобразования. Процент.
2	Уравнения и неравенства. Системы уравнений.
3	Решение практико-ориентированных задач.
4	Решение практико-ориентированных задач.
	<b>Раздел 2. Основы тригонометрии. Тригонометрические функции.</b>
5	Тригонометрические функции произвольного угла, числа.
6	Основные тригонометрические тождества.
7	Формулы приведения
8	Синус, косинус, тангенс суммы и разности двух углов.
9	Синус, косинус, тангенс двойного угла.
10	Преобразование графиков тригонометрических функций.
11	Решение практико-ориентированных задач.
12	Решение практико-ориентированных задач.
13	Тригонометрические уравнения вида $\cos x = a$
14	Тригонометрические уравнения вида $\sin x = a$
15	Тригонометрические уравнения вида $\operatorname{tg} x = a$
16	Тригонометрические неравенства.
	<b>Раздел 3. Степени и корни. Степенная функция.</b>
17	Преобразование выражений с корнями n-ой степени.
18	Степень с рациональным и действительным показателем.
19	Преобразование выражений с рациональным и действительным показателем.
20	Иррациональные уравнения.
21	Решение иррациональных уравнений.
22	Решение иррациональных неравенств.
	<b>Раздел 4. Показательная функция.</b>
23	Решение практико-ориентированных задач
24	Показательные уравнения.
25	Решение показательных уравнений.
26	Решение показательных уравнений и неравенств.
27	Системы показательных уравнений.
28	Решение систем показательных уравнений.
	<b>Раздел 5. Логарифмическая функция.</b>
29	Логарифмические тождества.
30	Свойства логарифмов.
31	Преобразование логарифмических выражений.
32	Логарифмические уравнения.
33	Решение логарифмических уравнений.
34	Решение логарифмических уравнений и неравенств.
35	Решение практико-ориентированных задач.
36	Решение практико-ориентированных задач.
	<b>Раздел 6. Производная функции, ее применение.</b>
37	Производная степенной функции.
38	Правила дифференцирования суммы и разности функций.
39	Правила дифференцирования произведения и частного функций.
40	Производные некоторых элементарных функций.
41	Вычисление производных сложных функций.

42	Механический смысл производной.
43	Геометрический смысл производной.
44	Исследование функции с помощью производной.
45	Наибольшее и наименьшее значения функции.
46	Решение практико-ориентированных задач.
47	Решение практико-ориентированных задач.
48	Решение практико-ориентированных задач.
	<b>Раздел 7. Первообразная функции, ее применение.</b>
49	Площадь криволинейной трапеции. Формула Ньютона-Лейбница.
50	Решение практико-ориентированных задач.
51	Решение практико-ориентированных задач.
	<b>Раздел 8. Прямые и плоскости в пространстве.</b>
52	Параллельность прямой и плоскости. Угол между прямой и плоскостью.
53	Параллельность плоскостей. Параллельное проектирование.
54	Перпендикулярность плоскостей. Перпендикуляр и наклонная.
55	Теорема о трех перпендикулярах.
56	Решение практико-ориентированных задач.
57	Решение практико-ориентированных задач.
	<b>Раздел 9. Координаты и векторы в пространстве</b>
58	Расстояние между двумя точками.
59	Решение практико-ориентированных задач.
60	Решение практико-ориентированных задач.
	<b>Раздел 10. Многогранники и тела вращения.</b>
61	Параллелепипед, куб. Сечение куба, параллелепипеда
62	Боковая и полная поверхность призмы, пирамиды
63	Решение практико-ориентированных задач.
64	Цилиндр, его составляющие. Сечение цилиндра
65	Конус, его составляющие. Сечение конуса
66	Понятие об объеме тела. Отношение объемов подобных тел
67	Объемы многогранников. Объемы цилиндра и конуса
68	Решение задач. Многогранники и тела вращения
69	Решение практико-ориентированных задач
70	Решение практико-ориентированных задач

## 4. СОДЕРЖАНИЕ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

### Раздел 1. Повторение курса математики основной школы.

#### ПР №1. Числа и вычисления. Выражения и их преобразования. Процент.

Цель: Повторить школьный курс математики.

Необходимые знания для выполнения задания: Числовые множества, действия с десятичными дробями, действия с обыкновенными дробями, пропорция, формулы сокращенного умножения, процент.

#### Задания для практической работы

Вычислить	
1	<div style="display: flex; justify-content: space-between;"> <div style="width: 30%;"> <p>а) <math>5^{-17} \cdot 5^{16}</math>;</p> <p>б) <math>\left(\frac{1}{3}\right)^{-4} : \left(\frac{1}{3}\right)^{-3}</math>;</p> <p>в) <math>8^{-3} \cdot 4^3</math>;</p> </div> <div style="width: 30%;"> <p>г) <math>9^{-4} \cdot 27^5</math>;</p> <p>д) <math>125^{-5} : 25^{-6}</math>;</p> <p>е) <math>\frac{2^{-22}}{4^{-6} \cdot 4^{-5}}</math>;</p> </div> <div style="width: 30%;"> <p>ж) <math>\frac{3^{-10} \cdot 9^7}{(-3)^4}</math>;</p> <p>з) <math>\frac{5^{-6} \cdot 25^8}{125^4}</math>;</p> <p>и) <math>\frac{(2^5)^3 \cdot (2^3)^{-6}}{4^{-2}}</math>.</p> </div> </div>
2	<div style="display: flex; justify-content: space-between;"> <div style="width: 45%;"> <p>а) <math>1,5x^{-3}y^{12} \cdot 6x^4y^{-10}</math>;</p> <p>б) <math>\left(\frac{5}{6}\right)^{-1} x^{-4}y^{-5} \cdot 30x^2y^{-4}</math>;</p> <p>в) <math>(0,25x^{-3}y^{-4})^2 \cdot \left(\frac{x^{-4}}{4y^{-2}}\right)^{-3}</math>;</p> </div> <div style="width: 45%;"> <p>г) <math>\left(\frac{a^{-4}b^3}{9}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{3}{a^{-3}b^4}\right)^{-3}</math>;</p> <p>д) <math>\left(\frac{x^2y^{-3}}{6z}\right)^{-4} \cdot \left(\frac{x^{-3}y^{-2}}{9z}\right)^3</math>;</p> <p>е) <math>\left(\frac{3x^3}{y^2}\right)^{-1} \cdot (x^{-2}y^{-1})^3</math>.</p> </div> </div>
3	<p>а) <math>(4,25 \cdot 10^2) \cdot (2,4 \cdot 10^3)</math>;</p> <p>б) <math>(5,23 \cdot 10^{-2}) \cdot (1,4 \cdot 10^4)</math>;</p> <p>в) <math>(5,63 \cdot 10^{-3}) \cdot (4,2 \cdot 10^{-2})</math>.</p>
Упростить выражение	
4	<div style="display: flex; justify-content: space-between;"> <div style="width: 45%;"> <p>а) <math>\frac{x+4}{x^2-2x} - \frac{x}{x^2-4}</math>;</p> <p>б) <math>\frac{1}{x^2-4x+4} + \frac{1}{2x-x^2}</math>;</p> </div> <div style="width: 45%;"> <p>в) <math>\frac{4a^2+9}{2a+3} - 2a-3</math>;</p> <p>г) <math>\frac{a^2}{a^2-4} - \frac{a}{a-2} - \frac{2}{a+2}</math>.</p> </div> </div>
5	<div style="display: flex; justify-content: space-between;"> <div style="width: 45%;"> <p>а) <math>\frac{x^2-4x}{x^2-16} - \frac{2x}{x-4}</math>;</p> <p>б) <math>\frac{a-2}{a^2+2a+4} + \frac{6a}{a^3-8}</math>;</p> </div> <div style="width: 45%;"> <p>в) <math>\frac{3}{x+3} + \frac{3}{x^2-3x} + \frac{2x}{9-x^2}</math>;</p> <p>г) <math>\frac{2a+1}{a^3-1} + \frac{a}{a^2+a+1} + \frac{1}{1-a}</math>.</p> </div> </div>

6	а) $\frac{a^2+ab+b^2}{x-2} : \frac{a^3-b^3}{x^2-4}$ ; б) $\frac{ax^2-9a}{x^3+8} : \frac{x-3}{2x+4}$ ; в) $-\frac{a^3+7b}{3b} : \frac{49-a^2}{9b^2}$	г) $\frac{2m+6n}{nm} : (m^2+6mn+9n^2)$ ; д) $\frac{a^2-4}{4+4a+a^2} : \frac{16-8a}{2x+ax}$ ; е) $\frac{a+1}{a^3-1} : \frac{a^2-1}{a^2+a+1}$ .
7	а) $\left(\frac{b-a}{3a}\right)^2 \cdot \left(\frac{9a}{a-b} + \frac{9a}{b}\right)$ ; б) $\left(a+b - \frac{2ab}{a+b}\right) \cdot \frac{a^2-b^2}{a^2+b^2}$	в) $\frac{4x^2-9}{1-6x+9x^2} : \frac{2x-3}{3x-1} + \frac{4-x}{1-3x}$ ; г) $\left(b + \frac{5+b^2}{2-b}\right) \cdot \frac{4-4b+b^2}{2b+5}$ .

### ПР №2. Уравнения и неравенства. Системы уравнений.

Цель: Повторить школьный курс математики.

Необходимые знания для выполнения задания: Линейные, квадратичные, иррациональные, дробно-рациональные уравнения и неравенства. Способы решения уравнений и неравенств. Решение систем уравнений и неравенств.

#### Задания для практической работы

Решить уравнение	
1	1. $\boxed{3} (3x-4)^2 - (5x-2)(5x+2) + 20 = 0.$ 2. $\boxed{4} \frac{x^2-25}{x-5} = 0.$ 3. $\boxed{5} \frac{2x^2+4}{3} - \frac{2-3x}{4} = \frac{x^2+8}{6}.$ 4. $\boxed{5} x^4 + 3x^2 - 4 = 0.$ 5. $\boxed{5} \frac{1}{x-3} + \frac{1}{x+3} = \frac{5}{8}.$ 6. $\boxed{6} \frac{1}{2x^2-x-3} + \frac{1}{2x^2-9x+9} = \frac{x}{x^2-2x-3}.$
2	$\boxed{5} \begin{cases} x^2 + y^2 = 5, \\ x + y = 1. \end{cases}$
3	$\boxed{5} \begin{cases} (x-2)(y-3) = 1, \\ \frac{x-2}{y-3} = 1. \end{cases}$

### ПР №3. Решение практико-ориентированных задач.

Цель: Обобщить полученные знания и умения при решении практико-ориентированных задач.

Необходимые знания для выполнения задания: Процент, сложный процент, действия с дробями, действия с отрицательными и положительными числами, уравнения, решение задач разными способами.

#### Задания для практической работы

Решить задачу
---------------

1	За 4 дня совместной работы двух тракторов различной мощности было вспахано $\frac{2}{3}$ поля. За сколько дней можно было вспахать всё поле каждым трактором отдельно, если первым трактором можно вспахать всё поле на 5 дней быстрее, чем вторым?
2	Лодка проплыла 21 км по течению реки и 6 км против течения за то же время, какое понадобилось бы плоту, чтобы проплыть 10 км. Зная, что собственная скорость лодки равна 5 км/ч, найти скорость течения реки.
3	Сумма двух чисел равна 2490. Найдите эти числа, если 6,5% одного из них составляет 8,5% другого.

#### ПР №4. Решение практико-ориентированных задач.

Цель: Обобщить полученные знания и умения при решении практико-ориентированных задач.

Необходимые знания для выполнения задания: Процент, сложный процент, действия с дробями, действия с отрицательными и положительными числами, уравнения, решение задач разными способами.

#### Задания для практической работы

Решить задачу	
1	Если увеличить ширину прямоугольной площадки на 4 м, а ее длину уменьшить на 2 м, то ее площадь увеличится на 8 м <sup>2</sup> ; если же ширину уменьшить на 3 м, а длину увеличить на 1 м, то ее площадь уменьшится на 23 м <sup>2</sup> . Найдите ширину и длину площадки.
2	Сумма 5% числа $a$ и 4% числа $b$ составляет 16, а сумма 6% числа $a$ и 8% числа $b$ составляет 24. Найдите искомые числа $a$ и $b$ .
3	<p>1) Числитель дроби на 2 меньше ее знаменателя. Если сложить ее с обратной ей дробью, то их сумма составит <math>\frac{34}{15}</math>. Найдите эту дробь.</p> <p>2) Найдите двузначное число, если известно, что цифра его единиц на 2 больше цифры его десятков и что произведение числа на сумму его цифр равно 144.</p> <p>3) Периметр прямоугольника равен 42 см, а длина его диагонали равна 15 см. Вычислите длины сторон прямоугольника.</p> <p>4) Площадь прямоугольника равна 192 см<sup>2</sup>, а его периметр равен 56 см. Вычислите длины сторон прямоугольника.</p> <p>5) Из листа железа прямоугольной формы сделана коробка (без крышки), объем которой равен 750 см<sup>3</sup>. Для этого по углам листа вырезаны квадраты со стороной, равной 5 см, и получившиеся края загнуты. Найдите размеры листа железа, если одна из его сторон на 5 см больше другой.</p>



4	$\boxed{2} \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha = 1 - 2 \cos^2 \alpha.$
	$\boxed{2} \cos^4 \alpha + \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1.$
	$\boxed{3} \frac{\sin^4 \alpha - \cos^4 \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha} = \sin \alpha + \cos \alpha.$
	$\boxed{3} \frac{\sin \alpha + \operatorname{tg} \alpha}{1 + \cos \alpha} = \operatorname{tg} \alpha. \quad 5. \boxed{3} \frac{\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha}{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{ctg} \alpha} = \sin \alpha \cos \alpha.$
	$\boxed{5} \frac{\sin^4 \alpha + \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = \frac{1}{\cos^2 \alpha} - 1.$

### ПР №7. Формулы приведения

Цель: Закрепить умения применять формулы приведения при решении задач.

Необходимые знания для выполнения задания: Тригонометрический круг, основные тригонометрические тождества, формулы приведения, знаки тригонометрических функций по четвертям.

### Задания для практической работы

<b>Вычислить с помощью формул приведения</b>	
1	1. $\boxed{2} \cos 315^\circ + \sin 210^\circ + \operatorname{tg} 420^\circ.$ 2. $\boxed{3} \sin \frac{13\pi}{6} - \cos \frac{11\pi}{6} + \operatorname{ctg} \frac{11\pi}{4}.$
<b>Определить знак</b>	
2	$\frac{\sin 100^\circ \cos 200^\circ \operatorname{tg} 300^\circ}{\sin 1}.$
<b>Сравнить</b>	
3	4. $\boxed{2} \sin 500^\circ$ и $\cos 600^\circ.$ 5. $\boxed{3} \sin 5,3\pi$ и $\cos 4,3\pi.$ 6. $\boxed{4} \sin 12$ и $\cos 13.$
<b>Упростить выражение</b>	
4	$\boxed{6} \frac{\sin(\alpha - \pi) - \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)}{\cos(\alpha - \pi) + \sin\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right)} \text{ при } \alpha = \frac{5\pi}{4}.$
5	$\boxed{6} \frac{\sin\left(\frac{19\pi}{2} - \alpha\right) + \cos(7\pi + \alpha)}{\cos\left(\frac{11\pi}{2} + \alpha\right) - \sin(\alpha - \pi)} \text{ при } \alpha = \frac{5\pi}{6}.$
<b>Доказать тождество</b>	
6	$\boxed{5} \operatorname{ctg} \alpha \operatorname{ctg}\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) = -1.$
7	$\boxed{6} \frac{\sin(\beta - \pi) \sin(2\pi - \beta) \cos(\beta - 2\pi)}{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \beta\right) \operatorname{ctg}(\pi - \beta) \operatorname{ctg}\left(\alpha + \frac{3\pi}{2}\right)} = \sin^2 \beta.$

**ПР №8. Синус, косинус, тангенс суммы и разности двух углов.**

Цель: Закрепить умение применять формулы суммы и разности при решении практических задач.

Необходимые знания для выполнения задания: Градус, минута, формулы суммы и разности тригонометрических функций, радиан, знак тригонометрических функций по четвертям, тригонометрический круг.

**Задания для практической работы**

Вычислить	
1	1. $\boxed{1} \sin 42^\circ 30' \cos 47^\circ 30' + \sin 47^\circ 30' \cos 42^\circ 30'$ . 2. $\boxed{1} \cos 27^\circ \cos 18^\circ - \sin 27^\circ \sin 18^\circ$ . 3. $\boxed{2} \sin \frac{2\pi}{5} \cos \frac{\pi}{15} - \cos \frac{2\pi}{5} \sin \frac{\pi}{15}$ . 4. $\boxed{2} \cos \frac{4\pi}{9} \cos \frac{5\pi}{18} + \sin \frac{4\pi}{9} \sin \frac{5\pi}{18}$ .      5. $\boxed{2} \frac{\operatorname{tg} \frac{7\pi}{8} + \operatorname{tg} \frac{\pi}{8}}{1 - \operatorname{tg} \frac{7\pi}{8} \operatorname{tg} \frac{\pi}{8}}$ .
2	$\boxed{3} \sin(\alpha - \beta)$ , если $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ и $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ , $\sin \beta = -\frac{4}{5}$ и $\pi < \beta < \frac{3\pi}{2}$ .
3	$\boxed{5} \cos(60^\circ + \alpha)$ , если $\sin \alpha = 0,6$ и $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ .
Упростить выражение	
4	$\boxed{3} \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\cos \alpha \cos \beta} + \operatorname{tg} \beta$ .
5	$\boxed{3} \frac{\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)}{\cos \alpha \cos \beta}$ .
6	$\boxed{5} \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \beta}{\cos(\alpha - \beta)} \cdot \sin \alpha \sin \beta$ .

**ПР №9. Синус, косинус, тангенс двойного угла.**

Цель: Закрепить умение применять формулы двойного угла при решении задач.

Необходимые знания для выполнения задания: Градус, радиан, формулы приведения, формулы двойного угла, основные тригонометрические тождества.

**Задания для практической работы**

Выразить с помощью формул двойного угла	
1	1. $\boxed{1} \sin 52^\circ$ .      2. $\boxed{1} \cos \frac{4\pi}{5}$ .      3. $\boxed{1} \operatorname{tg} 64^\circ$ . 4. $\boxed{2} \sin \left( \frac{\pi}{2} - \alpha \right)$ .      5. $\boxed{2} \cos(\pi - \alpha)$ .      6. $\boxed{2} \sin 6\alpha$ . 7. $\boxed{2} \cos 7\alpha$ .      8. $\boxed{2} \operatorname{tg} 4\alpha$ .      9. $\boxed{3} \sin \alpha \cos \alpha$ .
Вычислить	
2	10. $\boxed{2} 2 \sin \frac{5\pi}{12} \cos \frac{5\pi}{12}$ .      11. $\boxed{2} \cos^2 \frac{\pi}{12} - \sin^2 \frac{\pi}{12}$ . 12. $\boxed{2} (\cos 22,5^\circ - \sin 22,5^\circ)^2$ . 13. $\boxed{3}$ Найти $\sin 2\alpha$ , если $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ , $\sin \alpha = \frac{5}{13}$ . 14. $\boxed{4}$ Найти $\sin 2\alpha$ , если $\operatorname{ctg} \alpha = \frac{4}{3}$ . 15. $\boxed{5}$ Найти $\cos 2\alpha$ , если $\sin \alpha = \sqrt{2} - 1$ .

Упростить выражение	
3	16. $\boxed{3}$ $\cos^2 2\alpha + 4 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha$ .
	17. $\boxed{4}$ $\frac{1 + \cos 2\alpha + \sin 2\alpha}{\cos \alpha + \sin \alpha}$ .      18. $\boxed{4}$ $\sin 2\alpha(1 + \operatorname{tg}^2 \alpha)$ .
	19. $\boxed{6}$ Доказать тождество $\cos^4 \alpha - 6 \cos^2 \alpha \sin^2 \alpha + \sin^4 \alpha = \cos 4\alpha$ .
	20. $\boxed{7}$ Вывести формулу (4), а затем вычислить $\sin 3\alpha$ , если $\cos \alpha = -0,6$ , $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ .
	21. $\boxed{6}$ Вычислить $\operatorname{ctg}^2 \alpha - \operatorname{tg}^2 \alpha$ , если $\cos 2\alpha = \frac{1}{4}$ .

### ПР №10. Преобразование графиков тригонометрических функций.

Цель: Закрепить умения строить графики тригонометрических функций с помощью геометрических преобразований.

Необходимые знания для выполнения задания: Свойства функции, геометрические преобразования графиков функций, графики тригонометрических функций.

#### Задания для практической работы

1	Найти область определения и множество значений функции $y = 2 \cos x$ .
2	Выяснить, является ли функция $y = \sin x - \operatorname{tg} x$ чётной, нечётной или не является ни чётной, ни нечётной.
3	Изобразить схематически график функции $y = \sin x + 1$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$ .
4	Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = 3 \sin x \cos x + 1$ .
5	Построить график функции $y = 0,5 \cos x - 2$ . При каких значениях $x$ функция возрастает? убывает?

### ПР № 11. Решение практико-ориентированных задач.

Цель: Обобщить полученные знания и умения при решении практико-ориентированных задач.

Необходимые знания для выполнения задания: Формулы тригонометрии.

#### Задания для практической работы

1	Найти область определения и множество значений функции $y = 0,5 \cos x$ .
2	Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = \frac{1}{3} \cos^2 x - \frac{1}{3} \sin^2 x + 1$ .

3	Построить график функции $y = 2 \sin x + 1$ . При каких значениях $x$ функция возрастает? убывает?
---	--

**ПР №12. Решение практико-ориентированных задач.**

Цель: Обобщить полученные знания и умения при решении практико-ориентированных задач.

Необходимые знания для выполнения задания: Формулы тригонометрии.

**Задания для практической работы**

1	Изобразить схематически график функции $y = \cos x - 1$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$ .
2	Выяснить, является ли функция $y = \cos x - x^2$ чётной, нечётной или не является ни чётной, ни нечётной.
3	<div style="display: flex; justify-content: space-between;"> <div style="width: 45%;"> <p>4. <math>y = \cos 3x</math>.</p> <p>6. <math>y = 2 \sin 3x</math>.</p> </div> <div style="width: 45%;"> <p>5. <math>y = \sin 2x</math>.</p> <p>7. <math>y = 3 \cos 2x</math>.</p> </div> </div>

**ПР №13. Тригонометрические уравнения вида  $\cos x = a$**

Цель: Закрепить умение решать тригонометрическое уравнение с косинусом.

Необходимые знания для выполнения задания: Косинус, арккосинус, точка на числовой окружности, теорема обратимости функции, формулы для решения уравнений с косинусом.

**Задания для практической работы**

<b>Вычислить</b>	
1	<p>1. <math>\boxed{1} \arccos \frac{\sqrt{2}}{2}</math>.      2. <math>\boxed{1} \arccos \left(-\frac{1}{2}\right)</math>.</p> <p>3. <math>\boxed{2} 2 \arccos 1 + 3 \arccos 0</math>.</p> <p>4. <math>\boxed{2} \frac{1}{2} \arccos \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{3} \arccos \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)</math>.</p>
2	<p>5. <math>\boxed{3} \cos \left(\arccos \frac{1}{2}\right)</math>.      6. <math>\boxed{3} \cos \left(\arccos \frac{4}{5}\right)</math>.</p> <p>7. <math>\boxed{4} 5 \cos \left(\arccos \frac{1}{3}\right) - 2 \cos \left(\arccos \frac{1}{4}\right)</math>.</p> <p>8. <math>\boxed{4} \sin \left(\arccos 0 + \arccos \frac{\sqrt{3}}{2}\right)</math>.</p> <p>9. <math>\boxed{5} \cos (\pi - \arccos 0,2)</math>.      10. <math>\boxed{5} \sin \left(\frac{\pi}{2} + \arccos \frac{2}{5}\right)</math>.</p> <p>11. <math>\boxed{5} \sin (\arccos 0,6)</math>.      12. <math>\boxed{5} \operatorname{tg} \left(\arccos \frac{\sqrt{3}}{3}\right)</math>.</p>
<b>Решить уравнения</b>	

3	19. <input type="checkbox"/> $\cos x = 0,1.$	20. <input type="checkbox"/> $\cos 5x = 1.$
	21. <input type="checkbox"/> $2 \cos 3x = -1.$	22. <input type="checkbox"/> $3 \cos \frac{x}{3} = \sqrt{2}.$
	23. <input type="checkbox"/> $2 \cos \left( x + \frac{\pi}{3} \right) = -\sqrt{3}.$	24. <input type="checkbox"/> $2 \cos (2x - \pi) = 3.$
	25. <input type="checkbox"/> $\cos 2x \cos 3x - \sin 2x \sin 3x = -1.$	
	26. <input type="checkbox"/> $1 - 2 \sin^2 x = 0.$	27. <input type="checkbox"/> $\cos^2 x - \sin^2 x = -1.$

**ПР №14. Тригонометрические уравнения вида  $\sin x=a$**

Цель: Закрепить умение решать тригонометрическое уравнение с синусом.

Необходимые знания для выполнения задания: Косинус, арккосинус, точка на числовой окружности, теорема обратимости функции, формулы для решения уравнений с синусом.

**Задания для практической работы**

<b>Вычислить</b>	
1	1. <input type="checkbox"/> $\arcsin(-1).$ 2. <input type="checkbox"/> $\arcsin \frac{1}{\sqrt{2}}.$
	3. <input type="checkbox"/> $2 \arcsin \left( -\frac{\sqrt{3}}{2} \right) - \frac{3}{5} \arcsin 0.$
	4. <input type="checkbox"/> $2 \arcsin \left( -\frac{\sqrt{2}}{2} \right) + 2 \arccos \left( -\frac{\sqrt{2}}{2} \right).$
2	5. <input type="checkbox"/> $\sin \left( \arcsin \frac{1}{2} \right).$ 6. <input type="checkbox"/> $\sin (\arcsin 0,3).$
	7. <input type="checkbox"/> $3 \sin \left( \arcsin \frac{2}{3} \right) + 4 \sin \left( \arcsin \frac{1}{6} \right).$
	8. <input type="checkbox"/> $\sin \left( \pi - \arcsin \frac{2}{3} \right).$ 9. <input type="checkbox"/> $\sin \left( \frac{\pi}{2} + \arccos 0,31 \right).$
	10. <input type="checkbox"/> $\sin \left( \arccos \frac{1}{2} \right).$ 11. <input type="checkbox"/> $\cos \left( \arcsin 0 + \arcsin \left( -\frac{1}{2} \right) \right).$
	12. <input type="checkbox"/> $\sin \left( \arccos \frac{3}{5} \right).$ 13. <input type="checkbox"/> $\cos \left( \arcsin \frac{5}{13} \right).$ 14. <input type="checkbox"/> $\operatorname{tg} (\arcsin 0,6).$
<b>Решить уравнения</b>	
3	22. <input type="checkbox"/> $\sin x = 0,35.$ 23. <input type="checkbox"/> $\sin \frac{x}{2} = 1.$
	24. <input type="checkbox"/> $2 \sin 3x = -1.$ 25. <input type="checkbox"/> $\frac{1}{2} \sin \frac{x}{3} = \frac{\sqrt{2}}{4}.$
	26. <input type="checkbox"/> $2 \sin \left( x + \frac{\pi}{3} \right) + \sqrt{3} = 0.$ 27. <input type="checkbox"/> $2 \sin \left( x + \frac{\pi}{6} \right) + 3 = 0.$
	28. <input type="checkbox"/> $\sin 3x \cos x - \sin x \cos 3x = 0.$
	29. <input type="checkbox"/> $\sin 2x (1 + \cos 2x) = 4 \cos^2 x.$
	30. <input type="checkbox"/> $2 - 6 \sin x \cos x = 0.$

**ПР №15. Тригонометрические уравнения вида  $\operatorname{tg} x=a$**

Цель: Закрепить умение решать тригонометрическое уравнение с тангенсом.

Необходимые знания для выполнения задания: Косинус, арккосинус, точка на числовой окружности, теорема обратимости функции, формулы для решения уравнений с тангенсом.

**Задания для практической работы**

Вычислить	
1	1. <input type="checkbox"/> arctg 1.    2. <input type="checkbox"/> arctg $\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$ .    3. <input type="checkbox"/> $2 \operatorname{arctg}(-\sqrt{3}) + 3 \operatorname{arctg} 1$ . 4. <input type="checkbox"/> $\frac{1}{2} \operatorname{arctg}(-1) + \arcsin 1 - \arccos 1$ .
2	5. <input type="checkbox"/> $\operatorname{tg}(\operatorname{arctg} \sqrt{3})$ .    6. <input type="checkbox"/> $\operatorname{tg}(\operatorname{arctg}(-1))$ .    7. <input type="checkbox"/> $\operatorname{tg}(\operatorname{arctg} 3,5)$ . 8. <input type="checkbox"/> $\operatorname{tg}\left(\operatorname{arctg} \sqrt{3} + \arccos \frac{1}{2}\right)$ . 9. <input type="checkbox"/> $2 \operatorname{tg}(\operatorname{arctg} 1) + 3 \sin(\arcsin 0,5) - \cos(\arccos 0,3)$ . 10. <input type="checkbox"/> $\operatorname{tg}(\pi + \operatorname{arctg} 3)$ .    11. <input type="checkbox"/> $\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} 1,7\right)$ . 12. <input type="checkbox"/> $\operatorname{tg}\left(\arcsin \frac{\sqrt{7}}{4}\right)$ .
Решить уравнения	
3	20. <input type="checkbox"/> $\operatorname{tg} x = 5$ .    21. <input type="checkbox"/> $\operatorname{tg} 4x = 1$ .    22. <input type="checkbox"/> $\operatorname{tg} \frac{x}{3} = -\sqrt{3}$ . 23. <input type="checkbox"/> $\sqrt{3} \operatorname{tg}\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = 1$ .    24. <input type="checkbox"/> $\operatorname{tg} 3x = 5,5$ . 25. <input type="checkbox"/> $\operatorname{tg}(\pi + x) + 2 \operatorname{tg} x - \sqrt{3} = 0$ .    26. <input type="checkbox"/> $\frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} 2x}{1 - \operatorname{tg} x \operatorname{tg} 2x} = -1$ . 27. <input type="checkbox"/> $\operatorname{tg}^2 x - 3 = 0$ .    28. <input type="checkbox"/> $\frac{2 \operatorname{tg} x}{1 - \operatorname{tg}^2 x} = \sqrt{3}$ .

### ПР №16. Тригонометрические неравенства.

Цель: Закрепить умение решать тригонометрические неравенства.

Необходимые знания для выполнения задания: Косинус, арккосинус, точка на числовой окружности, теорема обратимости функции, формулы для решения уравнений и неравенств с тригонометрическими функциями.

#### Задания для практической работы

Решить неравенства	
1	1. <input type="checkbox"/> $\cos x < \frac{\sqrt{3}}{2}$ .    2. <input type="checkbox"/> $\sin x \leq \frac{1}{2}$ . 3. <input type="checkbox"/> $2 \sin^2 x - \sin x - 3 < 0$ .    4. <input type="checkbox"/> $2 \cos^2 x - 3 \cos x - 2 > 0$ .
2	1. <input type="checkbox"/> $\cos x \geq -\frac{1}{\sqrt{2}}$ .    2. <input type="checkbox"/> $\sin 2x > \frac{1}{2}$ . 3. <input type="checkbox"/> $4 \sin^2 x - 8 \sin x + 3 \leq 0$ .    4. <input type="checkbox"/> $\sin x > \cos^2 x$ .

### Раздел 3. Степени и корни. Степенная функция.

#### ПР №17. Преобразование выражений с корнями n-ой степени.

Цель: Закрепить умения вычислять и преобразовывать выражения содержащими арифметический корень.

Необходимые знания для выполнения задания: Степень, арифметический корень, свойства степеней, свойства арифметического корня, теорема для вычисления арифметического корня, четные и нечетные числа, разложение числа на простые множители.

#### Задания для практической работы

Вычислить
-----------

1	1. $\boxed{2} \sqrt[3]{125}$ .      2. $\boxed{2} \sqrt[4]{0,0001}$ .      3. $\boxed{2} \sqrt[5]{-32}$ . 4. $\boxed{3} \sqrt[3]{3\frac{3}{8}}$ .      5. $\boxed{4} \sqrt[5]{8 \cdot \sqrt[5]{4}}$ .      6. $\boxed{5} \sqrt[3]{9 \cdot 24}$ . 7. $\boxed{4} \frac{\sqrt[3]{625}}{\sqrt[3]{5}}$ .      8. $\boxed{5} \sqrt[5]{6^{10} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^{15}}$ .
2	9. $\boxed{5} \sqrt[3]{\sqrt{0,000001}} \cdot \sqrt{\sqrt{256}}$ .      10. $\boxed{5} (\sqrt[4]{3^3} \cdot \sqrt[3]{2^2})^6 : \sqrt[4]{3^6}$ . 11. $\boxed{5} (\sqrt[3]{4} - \sqrt[3]{10} + \sqrt[3]{25})(\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{5})$ . 12. $\boxed{6} \sqrt[3]{4 - \sqrt[3]{37}} \cdot \sqrt[3]{16 + 4\sqrt[3]{37} + \sqrt[3]{37^2}}$ .
<b>Определить при каких значениях x выражение имеет смысл</b>	
3	13. $\boxed{3} \sqrt[3]{x-3}$ .      14. $\boxed{3} \sqrt[6]{x+2}$ . 15. $\boxed{4} \sqrt[4]{x^2 - 3x - 4}$ .      16. $\boxed{5} \sqrt[8]{\frac{x-3}{2-x}}$ .

**ПР №18. Степень с рациональным и действительным показателем.**

Цель: Закрепить умения вычислять и преобразовывать выражения содержащие степень с рациональным показателем.

Необходимые знания для выполнения задания: Степень, арифметический корень, свойства степеней, свойства арифметического корня, теорема для вычисления арифметического корня, четные и нечетные числа, разложение числа на простые множители, формула перехода от рациональной степени к корню.

**Задания для практической работы**

<b>Решить задачу</b>	
1	2. $\boxed{1} (-2)^4$ .      3. $\boxed{2} \left(1\frac{3}{8}\right)^{-2}$ .      4. $\boxed{3} 8^{-\frac{2}{3}}$ .      5. $\boxed{4} -2 \cdot 27^{\frac{1}{3}}$ . 6. $\boxed{4} 2^{-1} \cdot 64^{\frac{2}{3}}$ .      7. $\boxed{5} \left(125^{-\frac{2}{3}} - 16^{\frac{1}{2}} + 343^{\frac{1}{3}} - 3\right)^{-\frac{1}{2}}$ . 8. $\boxed{5} (3^{0,5} - 5^{0,5})^2 : ((2 - 15^{0,25})(2 + 15^{0,25}))$ .
<b>Представить в виде степени выражение</b>	
2	9. $\boxed{4} \sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt[6]{a^5}$ .      10. $\boxed{4} \sqrt[6]{a} : \sqrt[8]{a^{-5}}$ .      11. $\boxed{4} (\sqrt[3]{a^2})^6$ . 12. $\boxed{4} a^{\frac{1}{12}} \cdot \sqrt[4]{a}$ .      13. $\boxed{4} \sqrt[3]{\sqrt{a}}$ .
<b>Выполнить действие</b>	
3	14. $\boxed{5} (a\sqrt[3]{a^2b})^3$ .      15. $\boxed{6} 6ab\sqrt[9]{a^8b^3} : \frac{2a}{3b}\sqrt[6]{a^2b^5}$ .
<b>Упростить</b>	
4	$\left(\frac{2a + b^{\frac{1}{2}}a^{\frac{1}{2}}}{3a}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{a^{\frac{3}{2}} - b^{\frac{3}{2}}}{a - a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}} - \frac{a - b}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}\right)$

**ПР №19. Преобразование выражений с рациональным и действительным показателем.**

Цель: Закрепить умения вычислять и преобразовывать выражения содержащие степень с рациональным показателем.

Необходимые знания для выполнения задания: Степень, арифметический корень, свойства степеней, свойства арифметического корня, теорема для вычисления арифметического корня, четные и нечетные числа, разложение числа на простые множители, формула перехода от рациональной степени к корню.

### Задания для практической работы

**1. Вычислить:**

1)  $\frac{\sqrt[3]{9} \cdot 3^5}{15^0 \cdot 27^2 \cdot 3^{-\frac{1}{3}}}$ ;      2)  $(\sqrt[3]{2\sqrt{16}})^2$ .

2. Известно, что  $12^x = 3$ . Найти  $12^{2x-1}$ .

3. Выполнить действия ( $a > 0, b > 0$ ):

1)  $a^{4+\sqrt{5}} \cdot \left(\frac{1}{a^{\sqrt{5}-1}}\right)^{\sqrt{5}+1}$ ;      2)  $\frac{\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{ab}}{\sqrt[3]{a}} - \sqrt[3]{b}$ .

4. Сравнить числа:

1)  $\left(\frac{2}{7}\right)^{\frac{3}{7}}$  и  $\left(\frac{2}{7}\right)^{\frac{5}{7}}$ ;      2)  $(4,2)^{\sqrt{7}}$  и  $\left(4\frac{2}{5}\right)^{\sqrt{7}}$ .

5. Записать бесконечную периодическую десятичную дробь  $0,2(7)$  в виде обыкновенной.

6. Упростить  $\left(\frac{a^{\frac{1}{2}} + 2}{a + 2a^{\frac{1}{2}} + 1} - \frac{a^{\frac{1}{2}} - 2}{a - 1}\right) \cdot \frac{a^{\frac{1}{2}} + 1}{a^{\frac{1}{2}}}$  при  $a > 0, a \neq 1$ .

### ПР №20. Иррациональные уравнения.

Цель: Закрепить умение решать иррациональные уравнения.

Необходимые знания для выполнения задания: Корень, степень, свойства степеней и корней, теорема извлечения корня, принципы решения различных уравнений.

### Задания для практической работы

Решить уравнения	
1	<p>1. <math>\sqrt{x+3} = \sqrt{5-x}</math>.      2. <math>\sqrt{1-x} = x+1</math>.</p> <p>3. <math>\sqrt{x+11} = x-1</math>.      4. <math>\sqrt{x^2+x+4} = 4</math>.</p> <p>5. <math>\sqrt{2x+1} - \sqrt{x} = 1</math>.      6. <math>\sqrt{5-x} - \sqrt{5+x} = 2</math>.</p> <p>7. <math>\sqrt{x-2} + \sqrt{x+6} = 4</math>.      8. <math>\sqrt{2x+5} - \sqrt{x+6} = 1</math>.</p> <p>9. <math>\sqrt{15-x} + \sqrt{3-x} = 6</math>.</p> <p>10. <math>\sqrt{5x-3} - \sqrt{2x-1} = \sqrt{3x-2}</math>.</p> <p>11. <math>\sqrt[3]{x^3-7} = 1</math>.</p> <p>12. <math>\sqrt[4]{17x^2-16} = x</math>.</p>

### ПР №21. Решение иррациональных уравнений.

Цель: Закрепить умение решать иррациональные уравнения.

Необходимые знания для выполнения задания: Корень, степень, свойства степеней и корней, теорема извлечения корня, принципы решения различных уравнений.

### Задания для практической работы

Решить уравнения
------------------

1	16. $\boxed{5}$ $\sqrt{x} = 6 - x^2$ . 18. $\boxed{7}$ $x^3 - 2 = \sqrt{x-1}$ .	17. $\boxed{6}$ $\sqrt{x+1} = (x-1)^2$ .
2	19. $\boxed{7}$ $\sqrt{6-4x-x^2} = x+4$ . 21. $\boxed{8}$ $5\sqrt{x^2+5x+28} = x^2+5x+4$ .	20. $\boxed{7}$ $x + \sqrt{2x^2-7x+5} = 1$ .

### ПР №22. Решение иррациональных уравнений.

Цель: Закрепить умение решать иррациональные уравнения.

Необходимые знания для выполнения задания: Корень, степень, свойства степеней и корней, теорема извлечения корня, принципы решения различных уравнений.

#### Задания для практической работы

Решить уравнения	
1	1. $\boxed{4}$ $\sqrt{x+4} = \sqrt{2x-1}$ . 2. $\boxed{4}$ $\sqrt{x+1} = 1-x$ . 3. $\boxed{4}$ $\sqrt{x+10} = x-2$ . 4. $\boxed{4}$ $\sqrt{x^2-x-3} = 3$ . 5. $\boxed{5}$ $\sqrt{3x+4} - \sqrt{x} = 2$ . 6. $\boxed{5}$ $\sqrt{12+x} - \sqrt{1-x} = 1$ . 7. $\boxed{5}$ $\sqrt{x+7} + \sqrt{x-2} = 9$ . 8. $\boxed{5}$ $\sqrt{3x+1} - \sqrt{x+8} = 1$ . 9. $\boxed{5}$ $\sqrt{2x-4} - \sqrt{x+5} = 1$ .
2	$\sqrt{4-6x-x^2} = x+4$ .
3	$\sqrt{x^2+2x+8} = 12-2x-x^2$ .

### Раздел 4. Показательная функция.

#### ПР №23. Решение практико-ориентированных задач

Цель: Обобщить полученные знания и умения при решении практико-ориентированных задач.

Необходимые знания для выполнения задания: показательная функция, процент, сложный процент, степени, свойства степеней.

#### Задания для практической работы

### Вариант II

1. [4] С помощью графика функции (рис. 25) определить:
- 1) значения аргумента, при которых значение функции равно нулю;
  - 2) координаты точки пересечения графика с осью ординат;
  - 3) значения аргумента, при которых функция принимает положительные (отрицательные) значения;
  - 4) промежутки возрастания (убывания) функции.

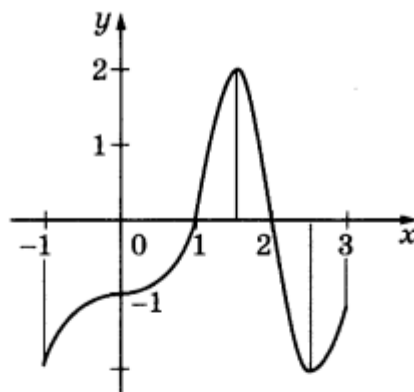


Рис. 25

Выяснить, является ли возрастающей или убывающей функция (2—4).

2. [1]  $y = 0,3^x$ .      3. [2]  $y = 8,7^{-x}$ .      4. [2]  $y = \left(\frac{5}{2\sqrt{6}}\right)^x$ .
5. [2] С помощью графика функции  $y = 2^x$  найти приближённое значение  $2^{-1,2}$ .
6. [2] С помощью графика функции  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$  найти приближённое значение корня уравнения  $\left(\frac{1}{2}\right)^x = \frac{7}{2}$ .

Сравнить числа (7—9).

7. [2]  $0,9^{-6}$  и  $0,9^{-5}$ .      8. [3]  $1,2^{-4}$  и 1.      9. [4]  $\left(\frac{5}{6}\right)^{-2}$  и  $\left(\frac{6}{5}\right)^3$ .

Записать данную зависимость в виде показательной функции (10—13).

10. [4]  $y = \frac{8^{2x}}{2^{5x}}$ .      11. [5]  $y = \frac{(\sqrt{2})^{7x}}{4^{2x}}$ .
12. [4]  $y = \left(2\frac{1}{2}\right)^{-x} \cdot 0,4^x$ .      13. [5]  $y = (\sqrt{2} + 1)^{2x}$ .

### ПР №24. Показательные уравнения.

Цель: Закрепить умение решать показательные уравнения.

Необходимые знания для выполнения задания: Степень, корень, свойства степеней и корней, принципы решения показательных уравнений, принципы решения различных уравнений.

### Задания для практической работы

1. **2** Какое из чисел  $-2$ ,  $0$ ,  $1$  является корнем уравнения  $25^x = 25x$ ?

Решить уравнение (2—12).

2. **3**  $0,3^{5-2x} = 0,09$ .      3. **4**  $\left(\frac{1}{5\sqrt{5}}\right)^x = \sqrt[3]{5}$ .
4. **4**  $225 \cdot 15^{2x+1} = 1$ .      5. **5**  $43^x = 8^{2x}$ .
6. **5**  $3^{x-2} - 3^{x-3} = 6$ .      7. **4**  $25^x + 4 \cdot 5^x - 5 = 0$ .
8. **4**  $4^x - 12 \cdot 2^x + 32 = 0$ .      9. **5**  $2^{\sqrt{x^2+1}} = 8$ .
10. **6**  $(0,2)^{x^2} \cdot 5^{2x+2} = \left(\frac{1}{5}\right)^6$ .      11. **5**  $2 \cdot 9^x - 17 \cdot 3^x = 9$ .
12. **7**  $(\sqrt{5})^{|3-x|} = 25$ .

### ПР №25. Решение показательных уравнений.

Цель: Закрепить умение решать показательные уравнения.

Необходимые знания для выполнения задания: Степень, корень, свойства степеней и корней, принципы решения показательных уравнений, принципы решения различных уравнений.

#### Задания для практической работы

1. **2** Какое из чисел  $3$ ,  $0$ ,  $-1$  является корнем уравнения  $\left(\frac{1}{2}\right)^x = 3x + 5$ ?

Решить уравнение (2—12).

2. **3**  $\left(\frac{1}{3}\right)^{4-3x} = 27$ .      3. **4**  $(2\sqrt[3]{4})^x = 8$ .
4. **4**  $17^x \cdot 17^{x+5} = 17$ .      5. **5**  $\left(\frac{2}{5}\right)^x = \left(\frac{4}{9}\right)^{\frac{x}{2}}$ .
6. **5**  $4^{x-3} + 4^x = 65$ .      7. **4**  $9^x - 10 \cdot 3^x + 9 = 0$ .
8. **4**  $25^x + 3 \cdot 5^x + 2 = 0$ .      9. **5**  $3^{\sqrt{(x+1)^2}} = 3$ .
10. **6**  $\left(\frac{1}{4} \cdot 4^x\right)^x = 2^{2x+6}$ .      11. **5**  $3 \cdot 4^x - 11 \cdot 2^x = 4$ .
12. **7**  $9^{|x+2|} = \sqrt{3}$ .

### ПР №26. Решение показательных уравнений и неравенств.

Цель: Закрепить умение решать показательные уравнения и неравенства.

Необходимые знания для выполнения задания: Степень, корень, свойства степеней и корней, принципы решения показательных уравнений и неравенств, принципы решения различных уравнений и неравенств.

#### Задания для практической работы

Решить неравенство (1—5).

1.  $\boxed{3} \left(\frac{2}{3}\right)^x > 1\frac{1}{2}$ .      2.  $\boxed{4} 9^{2x} \leq \frac{1}{3}$ .      3.  $\boxed{4} \left(\frac{1}{7}\right)^{x^2-9} \leq 1$ .

4.  $\boxed{5} 4^x + 2^{x+1} - 80 < 0$ .      5.  $\boxed{6} \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{x}} < \frac{1}{27}$ .

Решить графически уравнение (6—7).

6.  $\boxed{4} 3^x = 2x + 1$ .      7.  $\boxed{5} \left(\frac{1}{2}\right)^x = x^3 + 3$ .

Решить графически неравенство (8—9).

8.  $\boxed{5} \left(\frac{1}{3}\right)^x < 3x + 6$ .      9.  $\boxed{6} 2^x \leq 12 - x^3$ .

### ПР №27. Системы показательных уравнений.

Цель: Закрепить умение решать системы показательных уравнений.

Необходимые знания для выполнения задания: Степень, корень, свойства степеней и корней, принципы решения показательных уравнений, принципы решения различных уравнений.

#### Задания для практической работы

Решить систему уравнений (1—2).

1.  $\boxed{4} \begin{cases} x - y = 1, \\ 4^{2x-3y} = 1. \end{cases}$       2.  $\boxed{6} \begin{cases} 3^x \cdot 2^y = 12, \\ 2^{y+1} - 3^x = 5. \end{cases}$

Решить систему (3—4).

3.  $\boxed{7} \begin{cases} 6^{5-x} > \frac{1}{3}, \\ 0,6^{x^2} = 0,6^{5x+6}. \end{cases}$       4.  $\boxed{8} \begin{cases} 0,3^{xy} = \left(3\frac{1}{3}\right)^{-12}, \\ 2^x \cdot 2^y = 2^3 \cdot 2^{-10}, \\ 0,5^x > 0,5^y. \end{cases}$

### ПР №28. Решение систем показательных уравнений.

Цель: Закрепить умение решать системы показательных уравнений.

Необходимые знания для выполнения задания: Степень, корень, свойства степеней и корней, принципы решения показательных уравнений, принципы решения различных уравнений.

#### Задания для практической работы

### Вариант I

1. Решить уравнение:

1)  $\left(\frac{1}{5}\right)^{2-3x} = 25;$       2)  $4^x + 2^x - 20 = 0.$

2. Решить неравенство  $\left(\frac{3}{4}\right)^x > 1\frac{1}{3}.$

3. Решить систему уравнений  $\begin{cases} x - y = 4, \\ 5^{x+y} = 25. \end{cases}$

---

---

4. Решить неравенство:

1)  $(\sqrt{5})^{x-6} < \frac{1}{5};$       2)  $\left(\frac{2}{13}\right)^{x^2-1} \geq 1.$

5. Решить уравнение  $7^{x+1} + 3 \cdot 7^x = 2^{x+5} + 3 \cdot 2^x.$

### Вариант II

1. Решить уравнение:

1)  $0,1^{2x-3} = 10;$       2)  $9^x - 7 \cdot 3^x - 18 = 0.$

2. Решить неравенство  $\left(1\frac{1}{5}\right)^x < \frac{5}{6}.$

3. Решить систему уравнений  $\begin{cases} x + y = -2, \\ 6^{x+5y} = 36. \end{cases}$

---

---

4. Решить неравенство:

1)  $(\sqrt[3]{3})^{x+6} > \frac{1}{9};$       2)  $\left(1\frac{2}{7}\right)^{x^2-4} \leq 1.$

5. Решить уравнение  $3^{x+3} + 3^x = 5 \cdot 2^{x+4} - 17 \cdot 2^x.$

## Раздел 5. Логарифмическая функция.

### ПР №29. Логарифмические тождества.

Цель: Закрепить умение применять логарифмические тождества при вычислении и преобразовании выражений содержащих логарифм.

Необходимые знания для выполнения задания: логарифм, логарифмические тождества, свойства степеней и корней, разложение числа на простые множители.

### Задания для практической работы

Вычислить			
1	1. $\boxed{2}$ $5,1^{\log_{5,1} 9}.$	2. $\boxed{4}$ $7^{2 \log_7 16}.$	3. $\boxed{4}$ $12^{1 + \log_{12} 4}.$
	4. $\boxed{4}$ $8^{\log_2 \frac{1}{3}}.$	5. $\boxed{4}$ $3^{2 - \log_3 9}.$	6. $\boxed{5}$ $3^{0,4 \log_3 (4\sqrt{2})}.$
	7. $\boxed{3}$ $\log_2 \frac{1}{32}.$	8. $\boxed{4}$ $\log_{27} 9.$	9. $\boxed{4}$ $\log_{\frac{1}{2}} 8.$
	10. $\boxed{5}$ $\log_{\sqrt{3}} 27.$	11. $\boxed{6}$ $\log_{3\sqrt{2}} \frac{1}{18}.$	12. $\boxed{6}$ $\log_{\frac{\sqrt{6}}{2}}^4 \frac{8}{27}.$
	13. $\boxed{5}$ $\log_2 \log_4 256.$	14. $\boxed{5}$ $\frac{2}{3} \log_{\frac{1}{2}} \log_3 9.$	

При каких значениях $x$ выражение имеет смысл	
2	15. [2] $\log_{\frac{1}{2}}(4-x)$ .      16. [3] $\log_4 \frac{1}{3-2x}$ .      17. [3] $\log_3 \sqrt{x-1}$ .
	18. [4] $\log_2 \frac{x-5}{x+7}$ .      19. [5] $\log_a \frac{7-3x}{x-4}$ , где $a \geq 3$ .
	20. [4] $\log_{\frac{2}{3}}(x^2-16)$ .      21. [4] $\log_9(x^2+3x+9)$ .

### ПР №30. Свойства логарифмов.

Цель: Закрепить умение применять логарифмические свойства при вычислении и преобразовании выражений содержащих логарифм.

Необходимые знания для выполнения задания: логарифм, логарифмические тождества, логарифмические свойства, свойства степеней и корней, разложение числа на простые множители.

### Задания для практической работы

Вычислить	
1	1. [2] $\log_{12} 3 + \log_{12} 4$ .      2. [3] $\log_{\frac{1}{6}} 4 + \log_{\frac{1}{6}} 9$ .
	3. [3] $\log_4 192 - \log_4 3$ .      4. [3] $\log_2 13 - \log_2 1\frac{5}{8}$ .
	5. [3] $\log_3 9^{10}$ .      6. [4] $\log_{15} \sqrt[3]{225}$ .      7. [5] $\frac{1}{2} \log_3 \frac{4}{81} - \frac{1}{3} \log_3 \frac{8}{27}$ .
	8. [5] $\log_2 0,8 - \log_2 1\frac{1}{8} + \log_2 22,5$ .
	9. [6] $2 \log_{\frac{1}{5}} 10 - \log_{\frac{1}{5}} 28 + \frac{3}{2} \log_{\frac{1}{5}} \sqrt[3]{49}$ .
	10. [5] Зная, что $\log_2 a = 14$ , найти: 1) $\log_2(8a)$ ; 2) $\log_2 a^3$ .
2	11. [6] Зная, что $\log_3 a = 2$ , $\log_3 b = 6$ , найти: 1) $\log_3(a^2b)$ ;      2) $\log_3 \frac{a}{\sqrt[4]{b}}$ .

### ПР №31. Преобразование логарифмических выражений.

Цель: Закрепить умение применять логарифмические свойства тождества при вычислении и преобразовании выражений содержащих логарифм.

Необходимые знания для выполнения задания: логарифм, логарифмические тождества, логарифмические свойства, свойства степеней и корней, разложение числа на простые множители.

### Задания для практической работы

Вычислить (1—9).

1. [2]  $\log_{15} 5 + \log_{15} 3$ .
2. [3]  $\log_{0,1} 5 + \log_{0,1} 2$ .
3. [3]  $\log_5 50 - \log_5 2$ .
4. [3]  $\log_3 \frac{1}{6} - \log_3 40,5$ .
5. [3]  $\log_2 8^7$ .
6. [4]  $\log_{13} \sqrt[5]{169}$ .
7. [5]  $2 \log_{10} 3 - \frac{1}{2} \log_{10} 0,81$ .
8. [5]  $\log_3 3,6 - \log_3 1,4 + \log_3 1\frac{1}{6}$ .
9. [6]  $\frac{5}{3} \log_{\frac{2}{3}} \sqrt[5]{8} - 3 \log_{\frac{2}{3}} 3 + \frac{1}{2} \log_{\frac{2}{3}} 36$ .
10. [5] Зная, что  $\log_3 b = 9$ , найти: 1)  $\log_3 (9b)$ ; 2)  $\log_3 b^4$ .
11. [6] Зная, что  $\log_2 m = 9$ ,  $\log_2 n = 2$ , найти:  
1)  $\log_2 (mn^3)$ ; 2)  $\log_2 \frac{\sqrt[3]{m}}{n^2}$ .
12. [4] Какие из выражений  $\log_3 (-2)$ ,  $\log_3 (-2)^2$ ,  $\log_3 (-2)^3$ ,  $\log_3 2^{-3}$ ,  $3^{\log_3 \frac{1}{3}}$ ,  $\log_3 \log_3 \frac{1}{3}$  имеют смысл?
13. [3] Записать в виде логарифма некоторого числа по основанию 12 число: 1) 0; 2) -2; 3)  $\frac{1}{3}$ .

### ПР №32. Логарифмические уравнения.

Цель: Закрепить умение решать логарифмические уравнения

Необходимые знания для выполнения задания: логарифм, логарифмические тождества, логарифмические свойства, свойства степеней и корней, разложение числа на простые множители, принципы решения логарифмических уравнений, принципы решения различных уравнений.

### Задания для практической работы

1.  $\boxed{4}$  Выяснить, какое из двух данных уравнений является следствием другого:

$$\log_2(x - 3) + \log_2(x + 4) = 3 \text{ и } \log_2((x - 3)(x + 4)) = 3.$$

Записать какое-нибудь следствие уравнения (2—5).

2.  $\boxed{6}$   $\log_2(x - 1) = 1$ .      3.  $\boxed{5}$   $\log_3(x - 2) + \log_3(x + 4) = 3$ .  
4.  $\boxed{6}$   $\log_3(x^2 - 5x + 4) - \log_3(x - 4) = 2$ .  
5.  $\boxed{5}$   $2 \log_5(x - 4) = \log_5(3x - 2)$ .

Выяснить, равносильны ли уравнения (6—7).

6.  $\boxed{5}$   $\log_2(x - 5) = \log_2(2x - 1)$  и  $x - 5 = 2x - 1$ .  
7.  $\boxed{5}$   $\log_3(x + 5) = \log_3(2x + 1)$  и  $x + 5 = 2x + 1$ .

Решить уравнение (8—24).

8.  $\boxed{4}$   $\lg(x + \sqrt{3}) + \lg(x - \sqrt{3}) = 0$ .  
9.  $\boxed{4}$   $\log_2(x - 2) + \log_2(x - 3) = 1$ .  
10.  $\boxed{4}$   $\lg(x^2 - 9) - \lg(x - 3) = 0$ .  
11.  $\boxed{4}$   $\log_6(x - 1) - \log_6(2x - 11) = \log_6 2$ .  
12.  $\boxed{5}$   $\log_7(2x^2 - 7x + 6) - \log_7(x - 2) = \log_7 x$ .  
13.  $\boxed{5}$   $\log_4(x^3 - x) - \log_4 x = \log_4 3$ .  
14.  $\boxed{5}$   $\log_2 \frac{2}{x - 1} = \log_2 x$ .      15.  $\boxed{5}$   $\lg \frac{x + 8}{x - 1} = \lg x$ .  
16.  $\boxed{6}$   $\frac{1}{2} \lg(x^2 + x - 5) = \lg(5x) + \lg \frac{1}{5x}$ .  
17.  $\boxed{7}$   $\log_3(x - 1) + 2 \log_9(17 + x) = 7 + \log_{\frac{1}{3}} 9$ .  
18.  $\boxed{8}$   $\log_3 x + \log_{\sqrt{x}} x - \log_{\frac{1}{3}} x = 6$ .

### ПР №33. Решение логарифмических уравнений.

Цель: Закрепить умение решать логарифмические уравнения

Необходимые знания для выполнения задания: логарифм, логарифмические тождества, логарифмические свойства, свойства степеней и корней, разложение числа на простые множители, принципы решения логарифмических уравнений, принципы решения различных уравнений.

### Задания для практической работы

1. [4] Выяснить, какое из двух данных уравнений является следствием другого:

$$2\log_3(3x - 4) = 7 \text{ и } \log_3(3x - 4)^2 = 7.$$

Записать какое-нибудь следствие уравнения (2—5).

2. [6]  $\log_3(x + 5) = 2$ .      3. [5]  $\log_2(x + 1) + \log_2(x - 3) = 5$ .

4. [6]  $\log_5(x^2 - 5x + 6) - \log_5(x - 2) = 1$ .

5. [5]  $\log_3(4x - 7) = 2\log_3(x - 1)$ .

Выяснить, равносильны ли уравнения (6—7).

6. [5]  $\log_3(x + 5) = \log_3(5x - 11)$  и  $x + 5 = 5x - 11$ .

7. [5]  $\log_4(x - 1) = \log_4(2x + 1)$  и  $x - 1 = 2x + 1$ .

Решить уравнение (8—24).

8. [4]  $\lg(x - 1) + \lg(x + 1) = 0$ .

9. [4]  $\log_3(5 - x) + \log_3(-1 - x) = 3$ .

10. [4]  $\log_5(x^2 - 4) - \log_5(x - 2) = 0$ .

11. [4]  $\ln(3x - 1) - \ln(x + 5) = \ln 5$ .

12. [5]  $\log_{11}(2x^2 - 9x + 5) - \log_{11} x = \log_{11}(x - 3)$ .

13. [5]  $\log_5(x^3 + x) - \log_5 x = \log_5 10$ .

14. [5]  $\log_{0,5} \frac{10}{7 - x} = \log_{0,5} x$ .      15. [5]  $\lg \frac{x - 4}{x - 2} = \lg x$ .

16. [6]  $\frac{1}{2} \lg(x^2 - 4x - 1) = \lg(8x) - \lg(4x)$ .

#### ПР №34. Решение логарифмических уравнений и неравенств.

Цель: Закрепить умение решать логарифмические уравнения и неравенства.

Необходимые знания для выполнения задания: логарифм, логарифмические тождества, логарифмические свойства, свойства степеней и корней, разложение числа на простые множители, принципы решения логарифмических уравнений, принципы решения различных уравнений.

#### Задания для практической работы

Найти область определения функции (1—2).

1.  $\boxed{1}$   $y = \lg(x - 5)$ .      2.  $\boxed{3}$   $y = \log_3(x^2 - 4)$ .

Найти область определения неравенства (3—4).

3.  $\boxed{4}$   $\log_{0,9}(3 - x) + \ln(7 - 2x) < 2$ .

4.  $\boxed{5}$   $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 + 3x - 4) - \log_{\frac{1}{2}}(x + 3) \geq \log_2 10$ .

Решить неравенство (5—38).

5.  $\boxed{3}$   $\log_2 x > 3$ .

6.  $\boxed{3}$   $\log_2 x < 3$ .

7.  $\boxed{3}$   $\log_{\frac{1}{2}}(x + 7) > -3$ .

8.  $\boxed{3}$   $\log_{\frac{1}{2}}(x + 7) < -3$ .

9.  $\boxed{4}$   $\log_2(x^2 + x + 2) > 3$ .

10.  $\boxed{4}$   $\log_2(x^2 + x + 2) < 3$ .

11.  $\boxed{4}$   $\log_2(x^2 - 4x + 3) > 3$ .

12.  $\boxed{4}$   $\lg(2x - 3) \geq \lg(3x - 5)$ .

13.  $\boxed{4}$   $\lg(2x - 3) \leq \lg(3x - 5)$ .

14.  $\boxed{4}$   $\lg(2x - 4) \leq \lg(3x - 5)$ .

15.  $\boxed{4}$   $\lg(2x - 3) \geq \lg(3x - 4)$ .

16.  $\boxed{4}$   $\log_{0,8}(2x - 3) \geq \log_{0,8}(3x - 4)$ .

17.  $\boxed{4}$   $\log_{0,8}(2x - 3) \geq \log_{0,8}(3x - 5)$ .

18.  $\boxed{4}$   $\log_{0,8}(2x - 3) \leq \log_{0,8}(3x - 5)$ .

19.  $\boxed{4}$   $\log_{0,8}(2x - 4) \leq \log_{0,8}(3x - 5)$ .

20.  $\boxed{5}$   $\log_4(x + 6) \geq 2 \log_4 x$ .

21.  $\boxed{5}$   $\log_4(x + 6) \leq 2 \log_4 x$ .

### ПР №35. Решение практико-ориентированных задач.

Цель: Обобщить полученные знания и умения при решении практико-ориентированных задач.

Необходимые знания для выполнения задания: Формулы логарифмов.

#### Задания для практической работы

1. Вычислить:

1)  $\log_{\frac{1}{2}} 16$ ;      2)  $5^{1 + \log_5 3}$ ;      3)  $\log_3 135 - \log_3 20 + 2 \log_3 6$ .

2. В одной системе координат схематически построить графики

функций  $y = \log_{\frac{1}{4}} x$  и  $y = \left(\frac{1}{4}\right)^x$ .

3. Сравнить числа  $\log_{\frac{1}{2}} \frac{3}{4}$  и  $\log_{\frac{1}{2}} \frac{4}{5}$ .

4. Решить уравнение  $\log_5(2x - 1) = 2$ .

5. Решить неравенство  $\log_{\frac{1}{3}}(x - 5) > 1$ .

6. Решить уравнение  $\log_2(x - 2) + \log_2 x = 3$ .

7. Решить уравнение  $\log_8 x + \log_{\sqrt{2}} x = 14$ .

8. Решить неравенство  $\log_3^2 x - 2 \log_3 x \leq 3$ .

### ПР №36. Решение практико-ориентированных задач.

Цель: Обобщить полученные знания и умения при решении практико-ориентированных задач.

Необходимые знания для выполнения задания: Логарифмы, степени, логарифмические уравнения, показательные уравнения.

#### Задания для практической работы

1. Вычислить:

1)  $\log_3 \frac{1}{27}$ ;      2)  $\left(\frac{1}{3}\right)^{2\log_{\frac{1}{3}} 7}$ ;      3)  $\log_2 56 + 2\log_2 12 - \log_2 63$ .

2. В одной системе координат схематически построить графики функций  $y = \log_4 x$  и  $y = 4^x$ .

3. Сравнить числа  $\log_{0,9} 1\frac{1}{2}$  и  $\log_{0,9} 1\frac{1}{3}$ .

4. Решить уравнение  $\log_4 (2x + 3) = 3$ .

5. Решить неравенство  $\log_5 (x - 3) < 2$ .

6. Решить уравнение  $\log_3 (x - 8) + \log_3 x = 2$ .

7. Решить уравнение  $\log_{\sqrt{3}} x + \log_9 x = 10$ .

8. Решить неравенство  $\log_2^2 x - 3\log_2 x \leq 4$ .

### Раздел 6. Производная функции, ее применение.

#### ПР №37. Производная степенной функции.

Цель: Закрепить умение вычислять производную степенной функции.

Необходимые знания для выполнения задания: Степени, свойства степеней, производная, производная степенной функции.

#### Задания для практической работы

Найти производную функции (1—12).

1.  $\boxed{1} x^8.$
2.  $\boxed{2} x^{-11}.$
3.  $\boxed{2} x^{\frac{2}{3}}.$
4.  $\boxed{2} x^{-\frac{4}{5}}.$
5.  $\boxed{3} \frac{1}{x^{10}}.$
6.  $\boxed{3} \sqrt[6]{x^5}.$
7.  $\boxed{4} \frac{1}{\sqrt[8]{x^3}}.$
8.  $\boxed{3} (1 - 3x)^4.$
9.  $\boxed{3} (-5x)^3.$
10.  $\boxed{3} (4x - 3)^{-6}.$
11.  $\boxed{4} \sqrt[8]{-5 + 2x}.$
12.  $\boxed{5} \frac{1}{\sqrt[4]{\left(\frac{x}{2} - 3\right)^3}}.$

Найти  $f'(x_0)$  (13—14).

13.  $\boxed{4} f(x) = x^{-3}, x_0 = 3.$
14.  $\boxed{5} f(x) = \sqrt{3 - 2x}, x_0 = -11.$
15.  $\boxed{4}$  При каких значениях  $x$  производная функции  $f(x) = x^3$  равна 3?
16.  $\boxed{5}$  Решить уравнение  $f'(x) = f(x)$ , если  $f(x) = (x + 1)^2$ .

Найти такие значения  $x$ , при которых производная функции  $f(x)$  принимает указанное значение (17—20).

17.  $\boxed{3} f(x) = x^2, f'(x) = 3.$
18.  $\boxed{4} f(x) = (2x + 3)^2, f'(x) = 3.$
19.  $\boxed{4} f(x) = x^{-1}, f'(x) = -4.$
20.  $\boxed{6} f(x) = x^2 - 6x + 9, f'(x) = 0.$

#### ПР №38. Правила дифференцирования суммы и разности функций.

Цель: Закрепить умения применять правила дифференцирования при вычислении производных различных функций.

Необходимые знания для выполнения задания: Производная, производная степенной функции, правила вычисления производных.

#### Задания для практической работы

Найти производную функции (1—15).

1. [3]  $x^3 + \frac{1}{x} - 1$ .

2. [2]  $-0,5x^{12}$ .

3. [4]  $16\sqrt{x} - 4x^2$ .

4. [4]  $\frac{5}{x} + \frac{2}{\sqrt[3]{x^2}}$ .

5. [4]  $(x + 7)x^2$ .

6. [5]  $\sqrt[4]{x} \left( x^4 - \frac{1}{\sqrt[4]{x}} \right)$ .

7. [5]  $\sqrt{2x-1} \cdot (x^5 + 8)$ .

8. [5]  $x \left( \frac{x}{4} - 1 \right)^4$ .

9. [5]  $\frac{2x+3}{2-3x}$ .

10. [5]  $\frac{x^5}{3x+2}$ .

11. [5]  $\frac{x^5 - x^3 + 1}{x - 1}$ .

12. [5]  $\frac{\frac{1}{2}x^4 - 1}{2x + 1}$ .

13. [6]  $\frac{5x^3}{(4-x)^2}$ .

14. [6]  $\frac{x^3 - x}{x^2 + 1}$ .

15. [7]  $(4-x)(x-1)(4+x)(x+1)$ .

16. [5] Найти  $f' \left( \frac{1}{4} \right)$ , если  $f(x) = \frac{2}{\sqrt{x}} - 3x^2$ .

17. [6] Найти  $f'(1)$ , если  $f(x) = 5(x^2 - 3)\sqrt[3]{x}$ .

**ПР №39. Правила дифференцирования произведения и частного функций.**

Цель: Закрепить умения применять правила дифференцирования при вычислении производных различных функций.

Необходимые знания для выполнения задания: Производная, производная степенной функции, правила вычисления производных.

**Задания для практической работы**

Найти производную функции (1—15).

1. [3]  $x^2 - \frac{1}{x} + 3.$

2. [2]  $-\frac{1}{3} x^{15}.$

3. [4]  $-2x^3 + 12\sqrt{x}.$

4. [4]  $\frac{7}{\sqrt[4]{x}} - \frac{3}{x}.$

5. [4]  $(x - 6) x^3.$

6. [5]  $\sqrt{x} \left( x^2 + \frac{1}{\sqrt{x}} \right).$

7. [5]  $\sqrt{6x + 1} \cdot (x^4 - 5).$

8. [5]  $x \left( \frac{x}{3} + 1 \right)^3.$

9. [5]  $\frac{2x + 3}{3 - 2x}.$

10. [5]  $\frac{x^3}{2x - 3}.$

11. [5]  $\frac{x^4 + x^2 + 1}{x + 1}.$

12. [5]  $\frac{\frac{1}{3}x^6 + 2}{3x - 2}.$

13. [6]  $\frac{5x^3}{(x - 4)^2}.$

14. [6]  $\frac{x^2 + 1}{x^3 - x}.$

15. [7]  $(3 - x)(x - 2)(x + 3)(x + 2).$

16. [5] Найти  $f' \left( \frac{1}{9} \right)$ , если  $f(x) = 4\sqrt{x} + \frac{1}{10x}.$

17. [6] Найти  $f'(1)$ , если  $f(x) = 3(x^2 + 2)\sqrt{x}.$

**ПР №40. Производные некоторых элементарных функций.**

Цель: Закрепить умения вычислять производную различных функций.

Необходимые знания для выполнения задания: Производная, производная элементарных функции, правила вычисления производных.

**Задания для практической работы**

Найти производную функции (1—14).

1.  $\boxed{3}$   $e^x + \sin x$ .

2.  $\boxed{3}$   $\cos x - \log_5 x$ .

3.  $\boxed{4}$   $x^6 \ln x$ .

4.  $\boxed{4}$   $\operatorname{tg} 3x$ .

5.  $\boxed{4}$   $e^{5-3x}$ .

6.  $\boxed{5}$   $3^{2x+1}$ .

7.  $\boxed{5}$   $\ln(2 - 3x)$ .

8.  $\boxed{5}$   $\log_7(12x + 5)$ .

9.  $\boxed{4}$   $\sin\left(\frac{\pi}{6} - x\right)$ .

10.  $\boxed{4}$   $\cos(-6x + 7)$ .

11.  $\boxed{5}$   $3e^{2x} - \sqrt{x}$ .

12.  $\boxed{6}$   $e^{1-x} x^8$ .

13.  $\boxed{6}$   $e^x(x^2 - 5x + 3)$ .

14.  $\boxed{7}$   $e^{2x} \sqrt{2x - 3}$ .

Найти производную функции (15—19).

15.  $\boxed{4}$   $\sin^2 x + \cos^2 x$ .

16.  $\boxed{6}$   $(\sin x + \cos x)^2$ .

17.  $\boxed{5}$   $\cos^2 x - \sin^2 x$ .

18.  $\boxed{7}$   $\sin^2 x$ .

19.  $\boxed{8}$   $\sin^4 x + \cos^4 x - 2 \sin^2 x \cos^2 x$ .

#### ПР №41. Вычисление производных сложных функций.

Цель: Закрепить умения вычислять производную сложных функций.

Необходимые знания для выполнения задания: Производная, производная элементарных функции, правила вычисления производных, сложная функция, формула дифференцирования сложной функции.

#### Задания для практической работы

1. Найти производную функции:

1)  $3x^2 - \frac{1}{x^3}$ ; 2)  $\left(\frac{x}{3} + 7\right)^6$ ; 3)  $e^x \cos x$ ; 4)  $\frac{2^x}{\sin x}$ .

2. Найти значение производной функции  $f(x) = 1 - 6\sqrt[3]{x}$  в точке  $x_0 = 8$ .

3. Записать уравнение касательной к графику функции  $f(x) = \sin x - 3x + 2$  в точке  $x_0 = 0$ .

---

---

4. Найти значения  $x$ , при которых значения производной функции  $f(x) = \frac{x+1}{x^2+3}$  положительны.

5. Найти точки графика функции  $f(x) = x^3 - 3x^2$ , в которых касательная к нему параллельна оси абсцисс.

6. Найти производную функции  $F(x) = \log_3(\sin x)$ .

#### ПР №42. Механический смысл производной.

Цель: Систематизировать и обобщить знания и умения применения производной для физики и техники.

Необходимые знания для выполнения задания: Производная, правила дифференцирования, формулы дифференцирования, механический смысл производной.

#### Задания для практической работы

Для заданной функции  $f(x)$  найти  $f(x + h)$  (1—2).

1. [2]  $f(x) = \lg(3x - 1)$ .                      2. [3]  $f(x) = \frac{x^2}{3} - \sin 2x$ .

С помощью определения производной найти производную заданной функции (3—4).

3. [3]  $f(x) = 4x - 1$ .                      4. [4]  $f(x) = 5x^2 - 3x$ .

Найти  $f'(x)$ , используя формулу производной линейной функции (5—7).

5. [1]  $f(x) = 18x - 0,5$ .                      6. [2]  $f(x) = -\frac{x}{3} + 8 - \pi$ .

7. [2]  $f(x) = 15 - x\sqrt{2}$ .

8. [4] Точка движется по закону  $s(t) = 3t^2$ . Найти среднюю скорость движения за промежуток времени от  $t = 3$  до  $t + h = 5$ .

9. [5] Точка движется по закону  $s(t) = \frac{t^2}{3}$ . Найти мгновенную скорость движения и скорость движения в момент времени  $t = 15$ .

#### ПР №43. Геометрический смысл производной.

Цель: Систематизировать и обобщить знания и умения применения производной для вычисления касательной к графику функции.

Необходимые знания для выполнения задания: Производная, правила дифференцирования, формулы дифференцирования, касательная к графику функции, угловой коэффициент касания, геометрический смысл производной.

#### Задания для практической работы

Для заданной функции  $f(x)$  найти  $f(x + h)$  (1—2).

1. [2]  $f(x) = e^{2x+1}$ .                      2. [3]  $f(x) = \operatorname{tg} \frac{x}{2} - 3x^2$ .

С помощью определения производной найти производную заданной функции (3—4).

3. [3]  $f(x) = 5x - 2$ .                      4. [4]  $f(x) = 2x - 3x^2$ .

Найти  $f'(x)$ , используя формулу производной линейной функции (5—7).

5. [1]  $f(x) = 0,1x + 3$ .                      6. [2]  $f(x) = \frac{2x}{3} - 7 + 2\pi$ .

7. [2]  $f(x) = -4 + x \lg 2$ .

#### ПР №44. Исследование функции с помощью производной.

Цель: Систематизировать и обобщить знания и умения применения производной для исследования функции и построения графика функции.

Необходимые знания для выполнения задания: Производная, правила дифференцирования, формулы дифференцирования, свойства функции, график функции, зависимость знака производной и монотонности функции, экстремумы функции, определение экстремума по смене знака производной

### Задания для практической работы

Найти промежутки возрастания и убывания функции (1—17).

1. [2]  $y = 3x - 1$ .
2. [2]  $y = -\frac{1}{2}x + 2$ .
3. [3]  $y = 2x^2 - 5x$ .
4. [4]  $y = x^3 - \frac{x^2}{2}$ .
5. [4]  $y = -x^3 + 3x^2$ .
6. [4]  $y = x^3 - 6x$ .
7. [4]  $y = x^4 - 18x^2$ .
8. [4]  $y = x^4 + 4x$ .
9. [4]  $y = x^3 + 3x^2 - 24x + 1$ .
10. [5]  $y = \frac{1}{x-3}$ .
11. [5]  $y = \frac{2x-3}{x-2}$ .

### ПР №45. Наибольшее и наименьшее значения функции.

Цель: Систематизировать и обобщить знания и умения применения производной для нахождения наибольшего и наименьшего значений функций.

Необходимые знания для выполнения задания: Производная, правила дифференцирования, формулы дифференцирования, свойства функции, график функции.

### Задания для практической работы

Найти наибольшее и наименьшее значения функции (1—12).

1. [4]  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 4$ :  
1) на отрезке  $[0; 2]$ ; 2) на отрезке  $[0; 5]$ .
2. [3]  $f(x) = \frac{x}{2} + 1$  на отрезке  $[-2; 2]$ .
3. [3]  $f(x) = -3x - 2$  на отрезке  $[-1; 2]$ .
4. [3]  $f(x) = x^2 + 2$  на отрезке  $[-2; 1]$ .
5. [3]  $f(x) = -\frac{x^2}{2} - 1$  на отрезке  $[-1; 3]$ .
6. [4]  $f(x) = (3x - 1)^2$  на отрезке  $[0; 1]$ .
7. [4]  $f(x) = 12x - x^3$  на отрезке  $[-3; -1]$ .
8. [4]  $f(x) = 12x - x^3$  на отрезке  $[-3; 1]$ .
9. [5]  $f(x) = x^4 - 18x^2 + 30$  на отрезке  $[-4; 3]$ .
10. [5]  $f(x) = x + \frac{4}{x}$  на отрезке  $[1; 3]$ .

### ПР №46. Решение практико-ориентированных задач.

Цель: Обобщить полученные знания и умения при решении практико-ориентированных задач.

Необходимые знания для выполнения задания: Производная, формулы дифференцирования, применение производной для исследования функции.

#### Задания для практической работы

1. Найти стационарные точки функции

$$f(x) = x^3 - 2x^2 + x + 3.$$

2. Найти экстремумы функции:

$$1) f(x) = x^3 - 2x^2 + x + 3; \quad 2) f(x) = e^x(2x - 3).$$

3. Найти промежутки возрастания и убывания функции

$$f(x) = x^3 - 2x^2 + x + 3.$$

- 
- 
4. Построить график функции  $f(x) = x^3 - 2x^2 + x + 3$  на отрезке  $[-1; 2]$ .

5. Найти наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x) = x^3 - 2x^2 + x + 3$  на отрезке  $\left[0; \frac{3}{2}\right]$ .

6. Среди прямоугольников, сумма длин трёх сторон которых равна 20, найти прямоугольник наибольшей площади.

### ПР №47. Решение практико-ориентированных задач.

Цель: Обобщить полученные знания и умения при решении практико-ориентированных задач.

Необходимые знания для выполнения задания: Производная, формулы дифференцирования, применение производной для исследования функции.

#### Задания для практической работы

Записать уравнение прямой, проходящей через точку  $(x_0; y_0)$  и образующей с осью  $Ox$  угол  $\alpha$  (1—2).

1. [4]  $\alpha = -\frac{\pi}{4}, x_0 = -1, y_0 = 3.$

2. [5]  $\alpha = \operatorname{arctg} 3, x_0 = 2, y_0 = -1.$

Найти угловой коэффициент касательной к графику функции  $y = f(x)$  в точке с абсциссой  $x_0$  (3—5).

3. [3]  $f(x) = 3x^2, x_0 = 1.$

4. [4]  $f(x) = \ln(2x + 1), x_0 = 0.$

5. [5]  $f(x) = \sin 3x, x_0 = \frac{\pi}{12}.$

### ПР №48. Решение практико-ориентированных задач.

Цель: Обобщить полученные знания и умения при решении практико-ориентированных задач.

Необходимые знания для выполнения задания: Производная, формулы дифференцирования, применение производной для исследования функции.

#### Задания для практической работы

1. Найти производную функции:

1)  $2x^3 - \frac{1}{x^2}$ ; 2)  $(4 - 3x)^6$ ; 3)  $e^x \sin x$ ; 4)  $\frac{3^x}{\cos x}$ .

2. Найти значение производной функции  $f(x) = 2 - \frac{1}{\sqrt{x}}$  в точке  $x_0 = \frac{1}{4}$ .

3. Записать уравнение касательной к графику функции  $f(x) = 4x - \sin x + 1$  в точке  $x_0 = 0$ .

---

---

4. Найти значения  $x$ , при которых значения производной функции  $f(x) = \frac{1-x}{x^2+8}$  отрицательны.

5. Найти точки графика функции  $f(x) = x^3 + 3x^2$ , в которых касательная к нему параллельна оси абсцисс.

6. Найти производную функции  $F(x) = \cos(\log_2 x)$ .

#### Раздел 7. Первообразная функции, ее применение.

##### ПР №49. Площадь криволинейной трапеции. Формула Ньютона-Лейбница.

Цель: Закрепить умение строить криволинейную трапецию и вычислять ее площадь с помощью формулы Ньютона-Лейбница.

Необходимые знания для выполнения задания: Первообразная, интеграл, пределы интегрирования, криволинейная трапеция, формулы для вычисления первообразной, формула Ньютона-Лейбница.

#### Задания для практической работы

Найти все первообразные данной функции (1—17).

1.  $\boxed{3}$   $3x^3 - 4x^2$ .

2.  $\boxed{3}$   $\frac{1}{x} - \frac{3}{x^3}$ .

3.  $\boxed{3}$   $x^5 - 2x$ .

4.  $\boxed{4}$   $-\frac{3}{x^2} + \frac{4}{x^3}$ .

5.  $\boxed{4}$   $2 \sin x + x^2$ .

6.  $\boxed{5}$   $\sqrt{x} - \frac{2}{\sqrt{x}}$ .

7.  $\boxed{4}$   $4e^x + x^3$ .

8.  $\boxed{4}$   $\sqrt{x} + 2x^2\sqrt{x}$ .

9.  $\boxed{4}$   $\sin 2x + 3 \cos 3x$ .

10.  $\boxed{5}$   $4e^{-2x} + (x - 1)^3$ .

11.  $\boxed{5}$   $\frac{2}{\sqrt{x+3}} - \sin^2 2x$ .

12.  $\boxed{6}$   $2 \cos^2 \frac{x}{2}$ .

13.  $\boxed{6}$   $\frac{x}{1+x}$ .

14.  $\boxed{7}$   $\frac{1}{x^2 - 5x + 6}$ .

15.  $\boxed{7}$   $\cos x \sin 3x$ .

16.  $\boxed{7}$   $\frac{x^3}{x+1}$ .

17.  $\boxed{8}$   $\frac{2x+5}{x^2+5x+4}$ .

#### ПР №50. Решение практико-ориентированных задач.

Цель: Обобщить полученные знания и умения при решении практико-ориентированных задач.

Необходимые знания для выполнения задания: Первообразная, интеграл, пределы интегрирования, криволинейная трапеция, формулы для вычисления первообразной, формула Ньютона-Лейбница.

#### Задания для практической работы

Изобразить криволинейную трапецию, ограниченную осью  $Ox$ , прямыми  $x = a$ ,  $x = b$  и графиком функции  $y = f(x)$  (1—4).

1. [4]  $a = 2$ ,  $b = 4$ ,  $f(x) = 5x - x^2$ .

2. [4]  $a = -3$ ,  $b = -1$ ,  $f(x) = \frac{1}{x^2}$ .

3. [5]  $a = \pi$ ,  $b = \frac{4\pi}{3}$ ,  $f(x) = |\cos x|$ .

4. [6]  $a = -6$ ,  $b = 3$ ,  $f(x) = x^2 - 6|x| + 10$ .

5. [5] Выяснить, какая из криволинейных трапеций, изображённых на рисунках 84—86, имеет площадь  $S = 5$ .

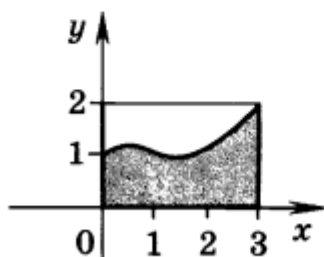


Рис. 84

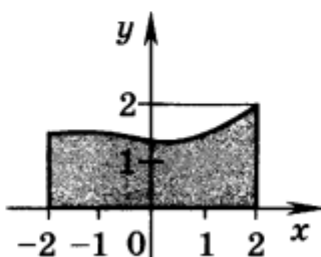


Рис. 85

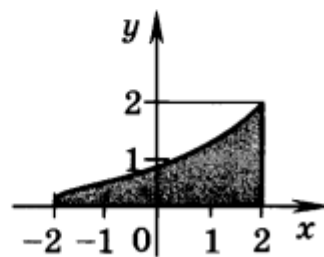


Рис. 86

#### ПР №51. Решение практико-ориентированных задач.

Цель: Обобщить полученные знания и умения при решении практико-ориентированных задач.

Необходимые знания для выполнения задания: Первообразная, интеграл, пределы интегрирования, криволинейная трапеция, формулы для вычисления первообразной, формула Ньютона-Лейбница.

#### Задания для практической работы

Найти площадь фигуры, ограниченной заданными линиями (1—16).

1. [4]  $y = 3x + 18 - x^2$ ,  $y = 0$ .

2. [4]  $y = 1 + x^2$ ,  $y = 2$ .

3. [5]  $y = x^2 - x$ ,  $y = 3x$ .

4. [5]  $y = x^2$ ,  $y = x + 2$ .

5. [5]  $y = \frac{1}{3}x^2 - 2x + 4$ ,  $y = 10 - x$ .

6. [6]  $y = 8x - x^2 - 7$ ,  $y = x + 3$ .

7. [6]  $y = x^2$ ,  $y = 2x - x^2$ .

8. [6]  $y = 2 + 4x - x^2$ ,  $y = x^2 - 2x + 2$ .

9. [5]  $y = \frac{2}{x}$ ,  $y = \frac{5-x}{2}$ .

## Раздел 8. Прямые и плоскости в пространстве.

### ПР №52. Параллельность прямой и плоскости. Угол между прямой и плоскостью.

Цель: Закрепить умение применять полученные знания по стереометрии при решении геометрических задач.

Необходимые знания для выполнения задания: Точка, прямая, плоскость, аксиомы, параллельность прямых в пространстве, параллельность прямой и плоскости, угол между прямой и плоскостью.

#### Задания для практической работы

Решить задачу	
1	Параллельные прямые $a$ и $b$ лежат в плоскости $\alpha$ . Докажите, что прямая $c$ , пересекающая прямые $a$ и $b$ , также лежит в плоскости $\alpha$ .
2	Точка $C$ лежит на отрезке $AB$ . Через точку $A$ проведена плоскость, а через точки $B$ и $C$ — параллельные прямые, пересекающие эту плоскость соответственно в точках $B_1$ и $C_1$ . Найдите длину отрезка $CC_1$ , если: а) точка $C$ — середина отрезка $AB$ и $BB_1 = 7$ см; б) $AC : CB = 3 : 2$ и $BB_1 = 20$ см.
3	Средняя линия трапеции лежит в плоскости $\alpha$ . Пересекают ли прямые, содержащие ее основания, плоскость $\alpha$ ? Ответ обоснуйте.

### ПР №53. Параллельность плоскостей. Параллельное проектирование.

Цель: Закрепить умение применять полученные знания по стереометрии при решении геометрических задач.

Необходимые знания для выполнения задания: Точка, прямая, плоскость, аксиомы, параллельность плоскостей в пространстве, параллельность прямой и плоскости, угол между плоскостями, параллельное проектирование.

#### Задания для практической работы

Решить задачу	
1	Две стороны треугольника параллельны плоскости $\alpha$ . Докажите, что и третья сторона параллельна плоскости $\alpha$ .
2	Плоскости $\alpha$ и $\beta$ параллельны, $A$ — точка плоскости $\alpha$ . Докажите, что любая прямая, проходящая через точку $A$ и параллельная плоскости $\beta$ , лежит в плоскости $\alpha$ .
3	Параллельные плоскости $\alpha$ и $\beta$ пересекают сторону $AB$ угла $BAC$ соответственно в точках $A_1$ и $A_2$ , а сторону $AC$ этого угла — соответственно в точках $B_1$ и $B_2$ . Найдите: а) $AA_2$ и $AB_2$ , если $A_1A_2 = 2A_1A = 12$ см, $AB_1 = 5$ см; б) $A_2B_2$ и $AA_2$ , если $A_1B_1 = 18$ см, $AA_1 = 24$ см, $AA_2 = \frac{3}{2} A_1A_2$ .

### ПР №54. Перпендикулярность плоскостей. Перпендикуляр и наклонная.

Цель: Закрепить умение применять полученные знания по стереометрии при решении геометрических задач.

Необходимые знания для выполнения задания: Перпендикулярность прямых в пространстве, перпендикулярность прямой и плоскости, перпендикулярность плоскостей, перпендикуляр, наклонная, проекция.

#### Задания для практической работы

Решить задачу	
1	Дан параллелепипед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ . Докажите, что: а) $DC \perp B_1 C_1$ и $AB \perp A_1 D_1$ , если $\angle BAD = 90^\circ$ ; б) $AB \perp CC_1$ и $DD_1 \perp A_1 B_1$ , если $AB \perp DD_1$ .
2	Через точку $O$ пересечения диагоналей квадрата, сторона которого равна $a$ , проведена прямая $OK$ , перпендикулярная к плоскости квадрата. Найдите расстояние от точки $K$ до вершин квадрата, если $OK = b$ .
3	Через точки $P$ и $Q$ прямой $PQ$ проведены прямые, перпендикулярные к плоскости $\alpha$ и пересекающие ее соответственно в точках $P_1$ и $Q_1$ . Найдите $P_1 Q_1$ , если $PQ = 15$ см, $PP_1 = 21,5$ см, $QQ_1 = 33,5$ см.

### ПР №55. Теорема о трех перпендикулярах.

Цель: Закрепить умение применять полученные знания по стереометрии при решении геометрических задач.

Необходимые знания для выполнения задания: Перпендикулярность прямых в пространстве, перпендикулярность прямой и плоскости, перпендикулярность плоскостей, перпендикуляр, наклонная, проекция, теорема о трех перпендикулярах.

### Задания для практической работы

Решить задачу	
1	Из некоторой точки проведены к данной плоскости перпендикуляр и наклонная, угол между которыми равен $\varphi$ . а) Найдите наклонную и ее проекцию на данную плоскость, если перпендикуляр равен $d$ . б) Найдите перпендикуляр и проекцию наклонной, если наклонная равна $m$ .
2	Расстояние от точки $M$ до каждой из вершин правильного треугольника $ABC$ равно 4 см. Найдите расстояние от точки $M$ до плоскости $ABC$ , если $AB = 6$ см.
3	Через вершину $A$ прямоугольного треугольника $ABC$ с прямым углом $C$ проведена прямая $AD$ , перпендикулярная к плоскости треугольника. а) Докажите, что треугольник $CBD$ прямоугольный. б) Найдите $BD$ , если $BC = a$ , $DC = b$ .

### ПР №56. Решение практико-ориентированных задач.

Цель: Обобщить полученные знания и умения при решении практико-ориентированных задач.

Необходимые знания для выполнения задания: Формулы планиметрии, определения и теоремы стереометрии.

### Задания для практической работы

Решить задачу	
1	Концы отрезка $AB$ лежат на двух параллельных плоскостях, расстояние между которыми равно $d$ , причем $d < AB$ . Докажите, что проекции отрезка $AB$ на эти плоскости равны. Найдите эти проекции, если $AB = 13$ см, $d = 5$ см.

2	Из вершины $B$ треугольника $ABC$ , сторона $AC$ которого лежит в плоскости $\alpha$ , проведен к этой плоскости перпендикуляр $BB_1$ . Найдите расстояния от точки $B$ до прямой $AC$ и до плоскости $\alpha$ , если $AB = 2$ см, $\angle BAC = 150^\circ$ и двугранный угол $BACB_1$ равен $45^\circ$ .
3	Катет $AC$ прямоугольного треугольника $ABC$ с прямым углом $C$ лежит в плоскости $\alpha$ , а угол между плоскостями $\alpha$ и $ABC$ равен $60^\circ$ . Найдите расстояние от точки $B$ до плоскости $\alpha$ , если $AC = 5$ см, $AB = 13$ см.

### ПР №57. Решение практико-ориентированных задач.

Цель: Обобщить полученные знания и умения при решении практико-ориентированных задач.

Необходимые знания для выполнения задания: Формулы планиметрии, определения и теоремы стереометрии.

### Задания для практической работы

Решить задачу	
1	Найдите диагональ прямоугольного параллелепипеда, если его измерения равны: а) 1, 1, 2; б) 8, 9, 12; в) $\sqrt{39}$ , 7, 9.
2	Изобразите куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ и постройте его сечение плоскостью, проходящей через: а) ребро $AA_1$ и перпендикулярной к плоскости $BB_1 D_1$ ; б) ребро $AB$ и перпендикулярной к плоскости $CDA_1$ .
3	Найдите измерения прямоугольного параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ , если $AC_1 = 12$ см и диагональ $BD_1$ составляет с плоскостью грани $AA_1 D_1 D$ угол в $30^\circ$ , а с ребром $DD_1$ — угол в $45^\circ$ .

## Раздел 9. Координаты и векторы в пространстве

### ПР №58. Расстояние между двумя точками.

Цель: Закрепить умение применять полученные знания по стереометрии при решении геометрических задач.

Необходимые знания для выполнения задания: Векторы в пространстве, система координат в пространстве, формулы векторной геометрии в пространстве.

### Задания для практической работы

- Куб  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  помещен в прямоугольную систему координат (рис. 1),  $A(2; -2; 0)$ .
  - Найдите координаты всех остальных вершин куба.
  - Найдите координаты векторов  $\vec{OD}$ ,  $\vec{OC_1}$ ,  $\vec{OM}$  и разложите их по векторам  $\vec{i}$ ,  $\vec{j}$  и  $\vec{k}$ .
- Даны векторы  $\vec{a} \{2; -1; 3\}$ ,  $\vec{b} \{-3; 2; 1\}$  и  $\vec{c} \{-10; 6; -4\}$ . Будут ли коллинеарными векторы  $\vec{a} - \vec{b}$  и  $\vec{c}$ ?

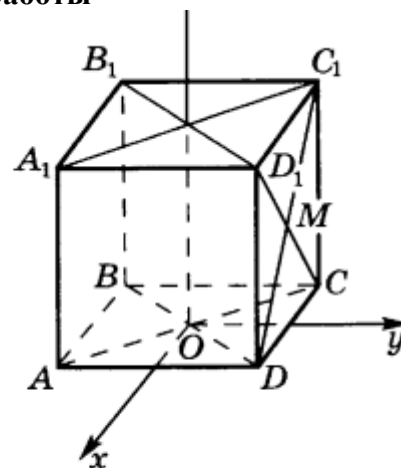


Рис. 1

### **ПР №59. Решение практико-ориентированных задач.**

Цель: Обобщить полученные знания и умения при решении практико-ориентированных задач.

Необходимые знания для выполнения задания: Векторы в пространстве, система координат в пространстве, формулы векторной геометрии в пространстве.

#### **Задания для практической работы**

- 1. Найдите координаты точек, в которые переходит точка  $A(100; 200; 1)$  при:**
  - а) центральной симметрии относительно начала координат;**
  - б) зеркальной симметрии относительно плоскости  $xOy$ .**
- 2. Докажите, что при движении треугольник отображается на равный ему треугольник.**

### **ПР №60. Решение практико-ориентированных задач.**

Цель: Обобщить полученные знания и умения при решении практико-ориентированных задач.

Необходимые знания для выполнения задания: Векторы в пространстве, система координат в пространстве, формулы векторной геометрии в пространстве.

#### **Задания для практической работы**

- 1. Измерения прямоугольного параллелепипеда относятся как  $2 : 3 : 4$ . Диагональ параллелепипеда равна  $\sqrt{29}$ . Найдите его объем.**
- 2. Основанием прямой призмы служит прямоугольный треугольник с углом  $30^\circ$ . Расстояние от бокового ребра, проходящего через вершину прямого угла, до противоположной боковой грани равно боковому ребру и равно 6. Найдите объем призмы.**

## **Раздел 10. Многогранники и тела вращения.**

### **ПР №61. Параллелепипед, куб. Сечение куба, параллелепипеда**

Цель: Закрепить умение применять полученные знания по стереометрии при решении геометрических задач.

Необходимые знания для выполнения задания: Параллельность в пространстве, параллелепипед, куб, сечение, след, построение сечений многогранников плоскостью,.

#### **Задания для практической работы**

1. Основанием пирамиды служит правильный треугольник со стороной, равной 1. Основание  $K$  высоты пирамиды лежит на расстоянии  $2 - \frac{\sqrt{3}}{3}$  от центра  $O$  этого треугольника, причем луч  $OK$  проходит через одну из его вершин. Найдите площадь поверхности вписанного в пирамиду шара, если высота пирамиды равна  $\sqrt[4]{\frac{4}{3}}$ .
2. Полый шар радиуса 9 см, толщина стенок которого 3 см, плавает в воде, причем из воды выступает его часть высотой 6 см. Найдите плотность материала, из которого изготовлен шар.

#### ПР №62. Боковая и полная поверхность призмы, пирамиды

Цель: Закрепить умение применять полученные знания по стереометрии при решении геометрических задач.

Необходимые знания для выполнения задания: Призма, пирамида, боковая грань, основание, вершина, площадь боковой поверхности, площадь полной поверхности.

#### Задания для практической работы

1. В основании треугольной пирамиды  $MABC$  лежит правильный треугольник  $ABC$  со стороной, равной  $\sqrt{2}$ ,  $MA = \sqrt{2}$ . Боковые грани пирамиды имеют равные площади. Найдите объем пирамиды.
2. В тетраэдре  $DABC$   $M \in AB$ , причем  $AM = \frac{1}{3} AB$ ,  $P$  — середина медианы  $AF$  грани  $ABC$ , а  $K$  — середина медианы  $AL$  грани  $ADB$ . Через точки  $M$ ,  $K$  и  $P$  проведена плоскость. В каком отношении эта плоскость делит объем пирамиды?

#### ПР №63. Решение практико-ориентированных задач.

Цель: Обобщить полученные знания и умения при решении практико-ориентированных задач.

Необходимые знания для выполнения задания: Многогранники, формулы планиметрии и стереометрии.

#### Задания для практической работы

1. Найдите объем выпукло-вогнутой линзы, у которой радиусы поверхностей равны 25 и 29, а расстояние между центрами 6.
2. Отношение объема конуса к объему вписанного в конус шара равно 8 : 3. Найдите величину угла при вершине осевого сечения конуса.

#### ПР №64. Цилиндр, его составляющие. Сечение цилиндра

Цель: Закрепить умение применять полученные знания по стереометрии при решении геометрических задач.

Необходимые знания для выполнения задания: Цилиндр, цилиндрическая поверхность, образующая, основание, площадь боковой поверхности, площадь полной поверхности.

### Задания для практической работы

Цилиндр, осевое сечение которого квадрат, вписан в конус так, что окружность верхнего основания цилиндра касается боковой поверхности конуса, а нижнее основание лежит на основании конуса. Площадь боковой поверхности цилиндра равна  $16\pi$ , а образующая конуса составляет с плоскостью основания угол в  $45^\circ$ .

- 1) Найдите площадь боковой поверхности конуса.
- 2) Какова наибольшая возможная площадь сечения, проведенного через вершину конуса?
- 3) Найдите отношение объема конуса, отсеченного от данного конуса верхним основанием цилиндра, к объему цилиндра.
- 4) Найдите объем вписанного в конус шара.

### ПР №65. Конус, его составляющие. Сечение конуса

Цель: Закрепить умение применять полученные знания по стереометрии при решении геометрических задач.

Необходимые знания для выполнения задания: Конус, коническая поверхность, образующая, основание, площадь боковой поверхности, площадь полной поверхности.

### Задания для практической работы

В усеченный конус вписан шар, диаметр которого равен  $5\sqrt{3}$ . Образующие конуса составляют с плоскостью основания угол в  $60^\circ$ .

- 1) Найдите площадь боковой поверхности конуса.
- 2) Найдите объем конуса.
- 3) Укажите размеры развертки боковой поверхности конуса (центральный угол развертки, радиусы концентрических окружностей).
- 4) Какова площадь поверхности описанного около конуса шара?

### ПР №66. Понятие об объеме тела. Отношение объемов подобных тел

Цель: Закрепить умение применять полученные знания по стереометрии при решении геометрических задач.

Необходимые знания для выполнения задания: Объем, многогранники, подобие.

### Задания для практической работы

Решить задачу	
1	Найдите объем правильной треугольной пирамиды с боковым ребром $l$ , если: а) боковое ребро составляет с плоскостью основания угол $\varphi$ ; б) боковое ребро составляет с прилежащей стороной основания угол $\alpha$ ; в) плоский угол при вершине равен $\beta$ .
2	Найдите объем наклонной призмы $ABCA_1B_1C_1$ , если $AB = BC = CA = a$ , $ABB_1A_1$ — ромб, $AB_1 < BA_1$ , $AB_1 = b$ , двугранный угол с ребром $AB$ прямой.

3	Свинцовая труба (плотность свинца $11,4 \text{ г/см}^3$ ) с толщиной стенок 4 мм имеет внутренний диаметр 13 мм. Какова масса трубы, если ее длина равна 25 м?
---	--

### ПР №67. Объемы многогранников. Объемы цилиндра и конуса

Цель: Закрепить умение применять полученные знания по стереометрии при решении геометрических задач.

Необходимые знания для выполнения задания: Цилиндр, конус, объем тел вращения.

#### Задания для практической работы

Решить задачу	
1	В цилиндр вписана призма, основанием которой является прямоугольный треугольник с катетом $a$ и прилежащим к нему углом $\alpha$ . Найдите объем цилиндра, если высота призмы равна $h$ .
2	Алюминиевый провод диаметром 4 мм имеет массу 6,8 кг. Найдите длину провода (плотность алюминия $2,6 \text{ г/см}^3$ ).
3	Пусть $V$ , $r$ и $h$ соответственно объем, радиус и высота цилиндра. Найдите: а) $V$ , если $r = 2\sqrt{2} \text{ см}$ , $h = 3 \text{ см}$ ; б) $r$ , если $V = 120 \text{ см}^3$ , $h = 3,6 \text{ см}$ ; в) $h$ , если $r = h$ , $V = 8\pi \text{ см}^3$ .

### ПР №68. Решение задач. Многогранники и тела вращения

Цель: Закрепить умение применять полученные знания по стереометрии при решении геометрических задач.

Необходимые знания для выполнения задания: Многогранники, тела вращения, формулы планиметрии и стереометрии.

#### Задания для практической работы

Решить задачу	
1	Найдите объем прямой призмы $ABCA_1B_1C_1$ , если: а) $\angle BAC = 120^\circ$ , $AB = 5 \text{ см}$ , $AC = 3 \text{ см}$ и наибольшая из площадей боковых граней равна $35 \text{ см}^2$ ; б) $\angle AB_1C = 60^\circ$ , $AB_1 = 3$ , $CB_1 = 2$ и двугранный угол с ребром $BB_1$ прямой.
2	Найдите объем прямоугольного параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ , если: а) $AC_1 = 1 \text{ м}$ , $\angle C_1 AC = 45^\circ$ , $\angle C_1 AB = 60^\circ$ ; б) $AC_1 = 24 \text{ см}$ , $\angle C_1 AA_1 = 45^\circ$ , диагональ $AC_1$ составляет угол в $30^\circ$ с плоскостью боковой грани.
3	Найдите объем прямой призмы $ABCA_1B_1C_1$ , если $\angle BAC = 90^\circ$ , $BC = 37 \text{ см}$ , $AB = 35 \text{ см}$ , $AA_1 = 1,1 \text{ дм}$ .

### ПР №69. Решение практико-ориентированных задач

Цель: Обобщить полученные знания и умения при решении практико-ориентированных задач.

Необходимые знания для выполнения задания: Многогранники, тела вращения, формулы планиметрии и стереометрии.

#### Задания для практической работы

Решить задачу	
---------------	--

1	В основании пирамиды $MABC$ лежит треугольник $ABC$ , в котором $\angle C = 90^\circ$ , $AC = 4$ см, $BC = 3$ см. Грань $MAC$ перпендикулярна к плоскости основания, а две другие боковые грани составляют равные углы с плоскостью основания. Расстояние от основания высоты $MH$ пирамиды до грани $MBC$ равно $\frac{3\sqrt{2}}{4}$ см. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.
2	Все плоские углы тетраэдра $OABC$ при вершине $O$ равны $90^\circ$ . Докажите, что площадь треугольника $AOB$ равна среднему геометрическому площадей треугольников $ABC$ и $O_1AB$ , где $O_1$ — проекция точки $O$ на плоскость $ABC$ .
3	Докажите, что в кубе можно вырезать сквозное отверстие, через которое можно протащить куб таких же и даже больших размеров.

### ПР №70. Решение практико-ориентированных задач

Цель: Обобщить полученные знания и умения при решении практико-ориентированных задач.

Необходимые знания для выполнения задания: Многогранники, тела вращения, формулы планиметрии и стереометрии.

### Задания для практической работы

Решить задачу	
1	Найдите объем конуса, если радиус его основания равен 6 дм, а радиус вписанной в конус сферы равен 3 дм.
2	Цистерна имеет форму цилиндра, к основаниям которого присоединены равные шаровые сегменты. Радиус цилиндра равен 1,5 м, а высота сегмента равна 0,5 м. Какой длины должна быть образующая цилиндра, чтобы вместимость цистерны равнялась $50 \text{ м}^3$ ?
3	Будет ли плавать в воде полый медный шар, диаметр которого равен 10 см, а толщина стенки: а) 2 мм; б) 1,5 мм? (Плотность меди $8,9 \text{ г/см}^3$ .)

- обобщение, систематизацию, углубление теоретических знаний;
- формирование умений применять полученные знания в практической деятельности

## 5. ЛИТЕРАТУРА

1. Башмаков М.И. Математика: учебное издание / Башмаков М.И. - Москва : Академия, 2025. - 288 с. (Общеобразовательная подготовка в учреждениях СПО). - URL: <https://academia-moscow.ru> - Режим доступа: Электронная библиотека «Academia-moscow». - Текст : электронный
2. Башмаков М.И. Математика. Задачник: учебное издание / Башмаков М.И. - Москва : Академия, 2025. - 432 с. (Общеобразовательная подготовка в учреждениях СПО). - URL: <https://academia-moscow.ru> - Режим доступа: Электронная библиотека «Academia-moscow». - Текст : электронный
3. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала анализа. 10-11 классы : учеб. для общеобразоват. организаций : базовый и углублю уровни / [Ш.А. Алимов и др.]. – 9-е изд. - М., : Просвещение, 2021. – 463 с.: ил. – ISBN 978-5-09-077925-8
4. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Геометрия. 10-11 классы : учеб. для общеобразоват. организаций : базовый и углублю уровни / [Л.С. Атанасян и др.]. – 9-е изд. - М., : Просвещение, 2021. – 287 с.: ил. – (МГУ – школе).- ISBN 978-5-09-078569-3