

**Министерство образования Иркутской области
Государственное бюджетное профессиональное образовательное учреждение
Иркутской области
«Иркутский техникум транспорта и строительства»**

КОМПЛЕКТ КОНТРОЛЬНО-ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

учебной дисциплины

ОДУ.04 Математика

по специальности

23.02.01 Организация перевозок и управление на транспорте (железнодорожном)

Квалификация:

техник

Форма обучения: очная

Нормативный срок обучения: 3 года 10 месяцев
на базе основного общего образования

Иркутск
2024

Комплект контрольно-оценочных средств разработан на основе рабочей программы учебной дисциплины ОДУ.04 Математика по специальности СПО: **23.02.01 Организация перевозок и управление на транспорте (железнодорожном)**

Разработчик:

Орлова И.В., преподаватель

Рассмотрены и одобрены на заседании
ДЦК
Протокол № 9 от 28.05.2024
Председатель ДЦК _____

ПАСПОРТ КОНТРОЛЬНО-ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Комплект контрольно-оценочных средств предназначен для проверки результатов освоения учебной дисциплины ОДУ.04 Математика. КОС включает контрольные материалы для проведения промежуточной аттестации экзамен. Экзамен проводится в форме письменной контрольной работы.

Освоение содержания учебной дисциплины ОДУ.04 «Математика», обеспечивает достижение обучающимися следующих результатов:

личностных:

- формировать представление о математике как универсальном языке науки, средстве моделирования явлений и процессов, об идеях и методах математики;
- понимать значимость математики для научно-технического прогресса, формировать отношение к математике как части общечеловеческой культуры через знакомство с историей развития математики;
- развивать логическое мышление, пространственное воображение, критичности мышления на уровне, необходимом для будущей профессиональной деятельности, для продолжения образования и самообразования;
- овладеть математическими знаниями и умениями, необходимыми в повседневной жизни для освоения смежных естественнонаучных дисциплин и дисциплин профессионального цикла;
- готовность и способность к образованию, в том числе самообразованию, на протяжении всей жизни, сознательное отношение к непрерывному образованию как условию успешной профессиональной деятельности;
- готовность к коллективной работе, сотрудничеству со сверстниками в образовательной, общественно полезной, учебно-исследовательской, проектной и других видах деятельности;
- отношение к профессиональной деятельности как возможности участия в решении личных, общественных, государственных проблем.

метапредметных:

- умение определять цели, составлять планы деятельности и определять средства, необходимые для их реализации;
- использовать различные виды познавательной деятельности для решения задач, применять основные методы познания (наблюдение, описание, измерение, эксперимент) для организации учебно-исследовательской и проектной деятельности с использованием информационно-коммуникационных технологий;
- использовать различные информационные объекты в изучении явлений и процессов, с которыми возникает необходимость сталкиваться в профессиональной сфере;
- использовать различные источники информации, в том числе пользоваться электронными библиотеками, умение критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников;

- владение навыками познавательной, учебной, исследовательской и проектной деятельности, навыками решения проблем, способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания;
- умение использовать языковые средства – умение ясно, логично и точно излагать свою точку зрения;
- целеустремленность в поисках и принятии решений, сообразительность и интуиция, развитость пространственных представлений, способность воспринимать красоту и гармонию мира.

Контрольно-оценочные материалы для экзамена

Письменная экзаменационная работа по учебной дисциплине О Д У . 0 4 Математика состоит из 2-х частей: обязательной и дополнительной.

В обязательную часть включаются задания минимально обязательного уровня, в дополнительную часть – более сложные. В обязательную часть работы включены задания базового уровня по всем основным разделам требований ФГОС – геометрия (планиметрия и стереометрия), алгебра, начала математического анализа, теория вероятностей, комбинаторика.

При выполнении заданий обязательной части обучающиеся должны продемонстрировать базовую математическую компетентность. Задания этой группы проверяют базовые вычислительные и логические умения и навыки, умение анализировать информацию, представленную в графиках и таблицах, использовать простейшие вероятностные и статистические модели, ориентироваться в простейших геометрических конструкциях, владение основными алгоритмами, знание и понимание ключевых элементов содержания (математических понятий, их свойств, приемов решения задач и пр.), умение пользоваться математической записью, а также применять математические знания в простейших практических ситуациях.

Обязательная часть содержит 10 заданий.

К каждому типу заданий прилагается инструкция по форме представления ответа. Дополнительная часть направлена на проверку владения материалом на повышенном уровне и умение решать математические задачи, не сводящиеся к прямому применению алгоритма. Эта часть должна содержать не менее 4 заданий повышенного уровня сложности из различных разделов курса математики.

При выполнении всех заданий дополнительной части необходимо представить описание хода решения задачи и полученный ответ. Возможны различные способы решения в записи развернутого ответа. Главное требование – решение должно быть математически грамотным, из него должен быть понятен ход рассуждений автора работы. При этом оценивается продвижение обучающегося в решении задачи, а не недочеты по сравнению с «эталонным» решением. При решении задачи можно использовать любые математические факты без доказательств и ссылок, содержащиеся в учебниках и учебных пособиях, допущенных или рекомендованных Министерством образования и науки РФ.

Распределение заданий по частям экзаменационной работы с указанием первичных баллов представлено в таблице 1.

Таблица 1

Части работ	Число заданий	Максимальный первичный балл
Часть 1 обязательная	10	10
Часть 2 дополнительная	5	10

Итого	15	20
-------	----	----

При подборе контрольных заданий для проведения экзамена использован перечень элементов содержания по математике.

Процедура проведения экзамена.

На выполнение письменной экзаменационной работы отводится 180 минут.

Для проведения экзамена по математике с использованием экзаменационных материалов в виде набора контрольных заданий каждому обучающемуся выдается: текст с одним из четырех вариантов письменной экзаменационной работы; шкала перевода баллов в отметки по пятибалльной системе; инструкция по выполнению экзаменационной работы; лист для черновика.

Все задания обучающийся выполняет на листах с печатной основой

Перед началом выполнения письменной экзаменационной работы (время не входит в 3 астрономических часа) преподаватель контролирует заполнение личных данных обучающихся, знакомит обучающихся со структурой экзаменационной работы, с критериями оценивания результатов.

Обучающимся поясняется, что экзаменационная работа состоит из двух частей: обязательной и дополнительной. В обязательную часть включены задания минимально обязательного уровня, а в дополнительную часть – более сложные. Выполнение каждого из заданий оценивается в баллах. Количество баллов, которое можно получить за правильное выполнение того или иного задания, проставлено в скобках рядом с его номером. Баллы, полученные за все выполненные задания, суммируются.

Шкала перевода баллов в отметки по пятибалльной системе показывает, сколько баллов необходимо набрать, чтобы получить отметку «3», «4» или «5». Шкала остается открытой для обучающихся в течение всего экзамена, они могут ориентироваться на нее в ходе выполнения экзаменационной работы. Обучающиеся могут просчитать при помощи шкалы, сколько и какие задания необходимо выполнить правильно, чтобы получить определенную отметку.

Обучающиеся должны начинать выполнение экзаменационной работы с заданий обязательной части. Для получения удовлетворительной отметки необязательно выполнять все задания обязательной части, но только после выполнения достаточного для получения удовлетворительной отметки количества заданий обязательной части обучающийся может переходить к заданиям дополнительной части, чтобы повысить оценку до «4» или «5». Обучающийся может начинать выполнение работы с любого задания с нужным количеством баллов, учитывая при этом степень своей уверенности в ответе.

Шкала перевода баллов в отметки по пятибалльной системе

Отметка	Число баллов, необходимое для получения отметки
«3» (удовлетворительно)	9-12
«4» (хорошо)	13-16
«5» (отлично)	Более 17

Краткая инструкция для обучающихся по выполнению экзаменационной работы

На письменный экзамен учащиеся приходят за 20 мин до начала экзамена. При себе иметь шариковую, гелиевую или капиллярную ручку с черными чернилами;

К экзамену по математике при себе также иметь чертежные инструменты и справочные материалы, которые можно использовать.

Во время проведения экзаменов запрещается иметь при себе и использовать средства связи и электронно-вычислительную технику, за исключением случаев, установленных нормативно-правовыми актами РФ.

Получить от преподавателя и ассистента черновики и экзаменационный комплект с вложенными в них контрольно-измерительными материалами (КИМ), бланками ответов № 1 и № 2.

Внимательно прослушать инструктаж, проводимый преподавателем, информирующий экзаменуемых о порядке проведения экзамена, правилах заполнения бланков, продолжительности экзамена

Заполнить регистрационные части бланков: бланка регистрации, бланков ответов № 1 и

2.

На выполнение экзаменационной работы дается 2 часа (180 минут). Работа состоит из двух частей и содержит 15 заданий.

Часть 1 содержит 10 заданий кратким ответом базового уровня по материалу курса математики.

Часть 2 содержит 5 более сложных заданий по материалу курса математики.

При выполнении надо записать полное решение и ответ.

Совет: для экономии времени пропускать задание, которое не удается выполнить сразу и переходить к следующему. К выполнению пропущенных заданий можно вернуться, если у Вас останется время.

- начинать работу всем следует с выполнения заданий обязательной части;
- для получения удовлетворительной оценки не обязательно выполнять все задания обязательной части;

- правильное выполнение определенной части заданий обязательной части, во-первых, гарантирует получение отметки «3», а во-вторых, дает основу для повышения отметки до

«4» или «5» при правильном выполнении нескольких заданий дополнительной части;

- при выполнении заданий дополнительной части следует проследить по шкале перевода баллов в отметки - сколько заданий достаточно правильно выполнить, чтобы получить 4 или 5; После объявления о времени начала экзамена, которое фиксируется на доске, приступить к выполнению экзаменационной работы.

Во время экзамена обучающиеся должны соблюдать установленный порядок проведения экзамена и следовать указаниям организаторов.

Во время экзамена учащиеся не вправе общаться друг с другом, свободно перемещаться по кабинету, пользоваться справочными материалами, иметь при себе и использовать средства связи и электронно-вычислительной техники.

Учащиеся могут выходить из кабинета в случае необходимости (в туалет, в медицинскую комнату), предварительно сдав бланки.

По окончании экзамена необходимо:

сдать экзаменационный материал КИМ, черновики, бланки ответов.

Допускается досрочная сдача экзаменационных материалов, которая прекращается за пятнадцать минут до окончания экзамена. Желаем успеха!

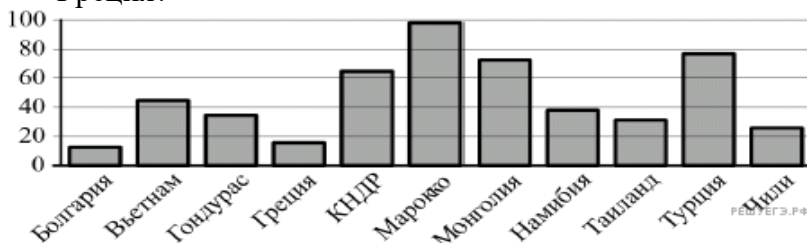
Комплект заданий для контрольной работы для технического профиля

Вариант 1

1. В 2008 году в городском квартале проживало 40 000 человек. В 2009 году, в результате строительства новых домов, число жителей выросло на 8 %, а в 2010

году на 9 % по сравнению с 2009 годом. Сколько человек стало проживать в квартале в 2010 году?

2. На диаграмме показано распределение выплавки цинка (в тысячах тонн) в 11 странах мира за 2009 год. Среди представленных стран первое место по выплавке цинка занимало Марокко, одиннадцатое место — Болгария. Какое место занимала Греция?



3. Среднее геометрическое трёх чисел a , b и c вычисляется по формуле $g = \sqrt[3]{abc}$. Вычислите среднее геометрическое чисел 12, 18, 27.

4. Найдите корень уравнения $\log_4(x+2) + \log_4 3 = \log_4 15$.

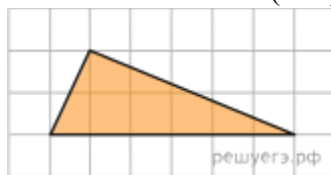
$$5^{x-7} = \frac{1}{125}.$$

5. Найдите корень уравнения

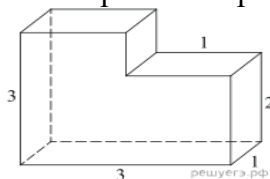
6. Найдите корень уравнения $\sqrt{16-4x} = 2$.

7. Найдите значение выражения $8^{0,76} \cdot 64^{0,12}$.

8. Найдите площадь треугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$ (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



9. Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы многогранника прямые).



10. Основания равнобедренной трапеции равны 51 и 65. Боковые стороны равны 25. Найдите синус острого угла трапеции.

11. Игральную кость бросали до тех пор, пока сумма всех выпавших очков не превысила число 3. Какова вероятность того, что для этого потребовалось два броска? Ответ округлите до сотых.

12. Материальная точка движется прямолинейно по

$$x(t) = \frac{1}{2}t^4 + 4t^3 - 3t - 21$$

закону

(где x — расстояние от точки отсчета в

метрах, t — время в секундах, измеренное с начала движения). Найдите ее скорость (в м/с) в момент времени $t = 1$ с.

13. Вычислите: интеграл от $\pi/2$ до $2\pi/3$ $\cos x \, dx$

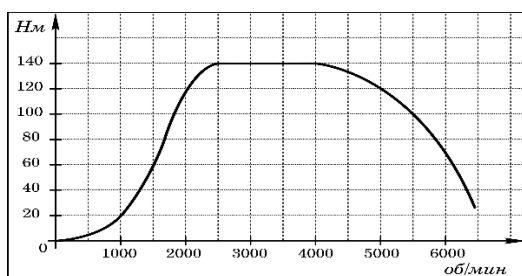
14. а) Решите уравнение $4 \sin^2 x - 12 \sin x + 5 = 0$.

15. Решите неравенство

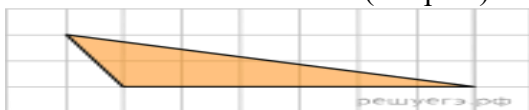
$$\frac{x^2 - 2x + 1}{(x + 2)^2} + \frac{x^2 + 2x + 1}{(x - 3)^2} \leq \frac{(2x^2 - x + 5)^2}{2(x + 2)^2(x - 3)^2}.$$

Вариант 2

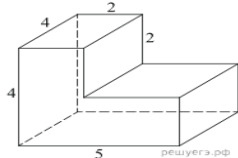
1. Семья состоит из мужа, жены и их дочери студентки. Если бы зарплата мужа увеличилась вдвое, общий доход семьи вырос бы на 67%. Если бы стипендия дочери уменьшилась втрое, общий доход семьи сократился бы на 4%. Сколько процентов от общего дохода семьи составляет зарплата жены?
2. На графике изображена зависимость крутящего момента двигателя от числа его оборотов в минуту. На оси абсцисс откладывается число оборотов в минуту, на оси ординат — крутящий момент в Н·м. Скорость автомобиля (в км/ч) приблизительно выражается формулой $v = 0,036n$, где n — число оборотов двигателя в минуту. С какой наименьшей скоростью должен двигаться автомобиль, чтобы крутящий момент был не меньше 120 Н·м? Ответ дайте в километрах в час.



3. Длину окружности l можно вычислить по формуле $l = 2\pi R$, где R — радиус окружности (в метрах). Пользуясь этой формулой, найдите радиус окружности, если её длина равна 78 м. (Считать $\pi = 3$).
4. Найдите корень уравнения $\log_2(5x - 7) - \log_2 5 = \log_2 21$.
5. Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{2}\right)^{6-2x} = 4$.
6. Найдите корень уравнения $\sqrt{14 - 5x} = 3$.
7. Найдите значение выражения $121^{0,16} \cdot 11^{1,68}$.
8. Найдите площадь треугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см \times 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



9. Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).

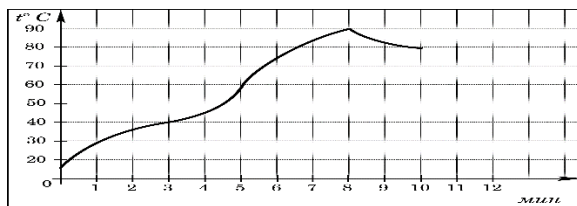


10. Найдите площадь боковой поверхности правильной шестиугольной призмы, сторона основания которой равна 5, а высота — 10.
11. Телефон передает SMS-сообщение. В случае неудачи телефон делает следующую попытку. Вероятность того, что сообщение удастся передать без ошибок в каждой отдельной попытке, равна 0,4. Найдите вероятность того, что для передачи сообщения потребуется не больше двух попыток.

12. Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = -t^4 + 6t^3 - 4t^2 + 5t - 5$ (где x — расстояние от точки отсчета в метрах, t — время в секундах, измеренное с начала движения). Найдите ее скорость (в м/с) в момент времени $t = 3$ с.
13. Вычислите: интеграл от 0 до π $\cos x \, dx$
14. а) Решите уравнение $4 \cos^4 x - 4 \cos^2 x + 1 = 0$.
15. Решите неравенство: $\frac{x^2 - 6x + 8}{x - 1} - \frac{x - 4}{x^2 - 3x + 2} \leq 0$.

Вариант 3

1. Митя, Антон, Гоша и Борис учредили компанию с уставным капиталом 200000 рублей. Митя внес 14% уставного капитала, Антон — 42000 рублей, Гоша — 0,12 уставного капитала, а оставшуюся часть капитала внес Борис. Учредители договорились делить ежегодную прибыль пропорционально внесенному в уставной капитал вкладу. Какая сумма от прибыли 1000000 рублей причитается Борису? Ответ дайте в рублях.
2. На графике показан процесс разогрева двигателя легкового автомобиля. На оси абсцисс откладывается время в минутах, прошедшее от запуска двигателя, на оси ординат — температура двигателя в градусах Цельсия. Определите по графику, сколько минут двигатель нагревался от температуры 60°C до температуры 90°C .



3. Радиус вписанной в прямоугольный треугольник окружности можно найти по формуле $r = \frac{a + b - c}{2}$, где a и b — катеты, а c — гипотенуза треугольника. Пользуясь этой формулой, найдите b , если $r = 1,2$; $c = 6,8$ и $a = 6$.

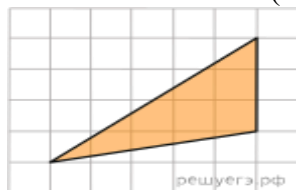
4. Решите уравнение $\log_5(7 - x) = \log_5(3 - x) + 1$.

5. Найдите корень уравнения $16^{x-9} = \frac{1}{2}$.

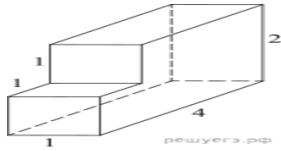
6. Найдите корень уравнения $\sqrt{14 - 5x} = 3$.

7. Найдите значение выражения $\frac{2^{3,5} \cdot 3^{5,5}}{6^{4,5}}$.

8. Найдите площадь треугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$ (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



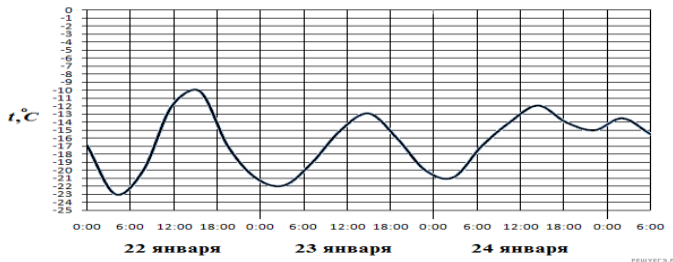
9. Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



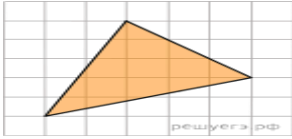
10. Радиус основания цилиндра равен 2, высота равна 3. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра, деленную на π
11. В ящике четыре красных и два синих фломастера. Фломастеры вытаскивают по очереди в случайном порядке. Какова вероятность того, что первый раз синий фломастер появится третьим по счету?
12. Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = -\frac{1}{4}t^4 + t^3 + 6t^2 + 7t + 11$ (где x — расстояние от точки отсчета в метрах, t — время в секундах, измеренное с начала движения). Найдите ее скорость (в м/с) в момент времени $t = 4$ с.
13. Вычислите: интеграл от 0 до π $\sin x \, dx$
14. а) Решите уравнение: $2 \sin^4 x + 3 \cos 2x + 1 = 0$
15. Решите неравенство: $\frac{2x^2 - 2x + 1}{2x - 1} \leq 1.$

Вариант 4

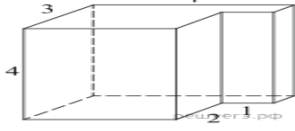
1. Смешали 4 литра 15-процентного водного раствора некоторого вещества с 6 литрами 25-процентного водного раствора этого же вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?
2. На рисунке показано изменение температуры воздуха на протяжении трех суток. По горизонтали указывается дата и время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Определите по рисунку наибольшую температуру воздуха 22 января. Ответ дайте в градусах Цельсия.



3. Длину биссектрисы треугольника, проведённой к стороне a , можно вычислить по формуле $l_a = \frac{2bc \cos \frac{\alpha}{2}}{b+c}$. Вычислите $\cos \frac{\alpha}{2}$, если $b = 1$, $c = 3$, $l_a = 1,2$.
4. Найдите корень уравнения $\log_5(5-x) = 2\log_5 3$.
5. Найдите корень уравнения: $\left(\frac{1}{8}\right)^{-3+x} = 512$.
6. Найдите корень уравнения: $\sqrt{22-3x} = 4$.
7. Найдите значение выражения $\frac{2^{2,2} \cdot 3^{5,2}}{6^{4,2}}$.
8. Найдите площадь треугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$ (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



9. Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



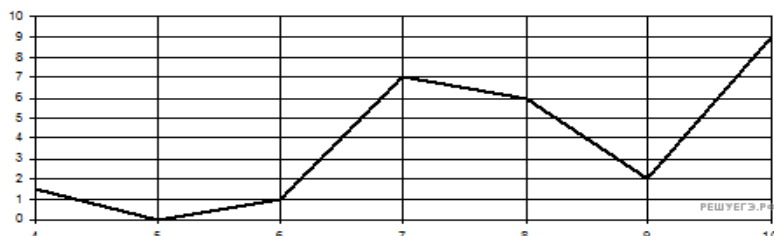
10. Большее основание равнобедренной трапеции равно 34. Боковая сторона равна 14.

Синус острого угла равен $\frac{2\sqrt{10}}{7}$. Найдите меньшее основание.

11. Стрелок стреляет по пяти одинаковым мишеням. На каждую мишень даётся не более двух выстрелов, и известно, что вероятность поразить мишень каждым отдельным выстрелом равна 0,6. Во сколько раз вероятность события «стрелок поразит ровно пять мишеней» больше вероятности события «стрелок поразит ровно четыре мишени»?
12. Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = -\frac{1}{3}t^4 + 4t^3 - 7t^2 - 5t - 5$ (где x — расстояние от точки отсчета в метрах, t — время в секундах, измеренное с начала движения). Найдите ее скорость (в м/с) в момент времени $t = 6$ с.
13. Вычислите: интеграл от 0 до $\pi/2$ $\cos x \, dx$
14. а) Решите уравнение $16 \cos^4 x - 24 \cos^2 x + 9 = 0$.
15. Решите неравенство: $\frac{(x-1)^2 + 4(x+1)^2}{2} \leq \frac{(3x+1)^2}{4}$.

Вариант 5

1. Изюм получается в процессе сушки винограда. Сколько килограммов винограда потребуется для получения 20 килограммов изюма, если виноград содержит 90% воды, а изюм содержит 5% воды?
2. На рисунке изображен график осадков в г. Калининграде с 4 по 10 февраля 1974 г. На оси абсцисс откладываются дни, на оси ординат — осадки в мм. Определите по рисунку, сколько дней из данного периода выпадало от 2 до 8 мм осадков.



3. Площадь треугольника со сторонами a , b , c можно найти по формуле

Герона $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$, где $p = \frac{a+b+c}{2}$. Найдите площадь треугольника со сторонами 11, 13, 20.

4. Найдите корень уравнения $\log_4(x+3) = \log_4(4x-15)$.

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{x-8} = \frac{1}{9}.$$

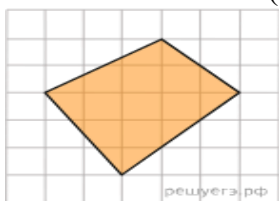
5. Найдите корень уравнения

6. Решите уравнение $\sqrt{3x+27} = 6$.

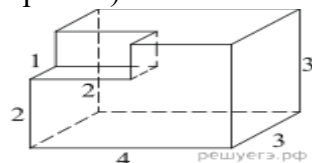
$$5^{-3} \cdot \frac{5^6}{5^2}.$$

7. Найдите значение выражения

8. Найдите площадь треугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см \times 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



9. Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).

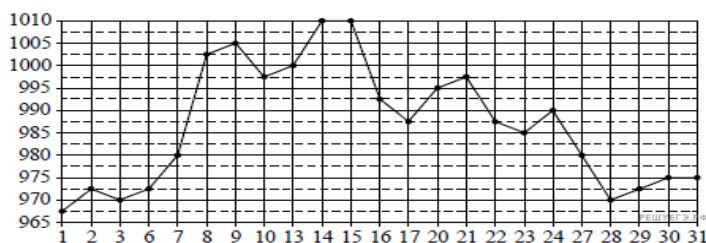


10. Площадь грани прямоугольного параллелепипеда равна 12. Ребро, перпендикулярное этой грани, равно 4. Найдите объем параллелепипеда.
11. Если шахматист А. играет белыми фигурами, то он выигрывает у шахматиста Б. с вероятностью 0,52. Если А. играет черными, то А. выигрывает у Б. с вероятностью 0,3. Шахматисты А. и Б. играют две партии, причём во второй партии меняют цвет фигур. Найдите вероятность того, что А. выиграет оба раза.

12. Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = -t^4 + 9t^3 - 7t^2 - 7t + 24$ (где x — расстояние от точки отсчета в метрах, t — время в секундах, измеренное с начала движения). Найдите ее скорость (в м/с) в момент времени $t = 5$ с.
13. Вычислите: интеграл от 0 до $\pi/2$ $\cos x \, dx$
14. Решите уравнение: $2 \sin^2 x + \sin x - 1 = 0$
15. Решите неравенство: $\frac{x^2 - 2x - 2}{x^2 - 2x} + \frac{7x - 19}{x - 3} \leq \frac{8x + 1}{x}$.

Вариант 6

- Четыре одинаковые рубашки дешевле куртки на 8%. На сколько процентов пять таких же рубашек дороже куртки?
- На рисунке жирными точками показана цена золота, установленная Центробанком РФ во все рабочие дни в октябре 2009 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена золота в рублях за грамм. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку наибольшую цену золота в период с 22 по 30 октября. Ответ дайте в рублях за грамм.



- Длина биссектрисы l_c , проведенной к стороне c треугольника со сторонами a , b и c , вычисляется по формуле $l_c = \sqrt{ab \left(1 - \frac{c^2}{(a+b)^2} \right)}$. Треугольник имеет стороны 9, 18 и 21. Найдите длину биссектрисы, проведенной к стороне длины 21.

- Найдите корень уравнения $\log_5(4+x) = 2$.

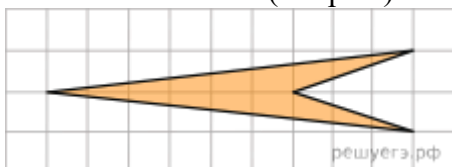
- Найдите корень уравнения: $9^{-5+x} = 729$.

- Решите уравнение $\sqrt{17-2x} = 3$.

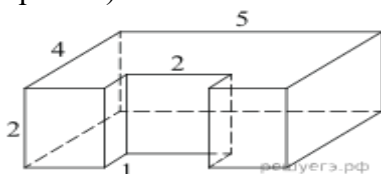
$$4^{-5} \cdot \frac{4^2}{4^{-4}}$$

- Найдите значение выражения

- Найдите площадь треугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$ (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



- Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



10. Объем прямоугольного параллелепипеда равен 24. Одно из его ребер равно 3. Найдите площадь грани параллелепипеда, перпендикулярной этому ребру.
11. Две фабрики выпускают одинаковые стекла для автомобильных фар. Первая фабрика выпускает 45% этих стекол, вторая — 55%. Первая фабрика выпускает 3% бракованных стекол, а вторая — 1%. Найдите вероятность того, что случайно купленное в магазине стекло окажется бракованным.
12. Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = -\frac{1}{2}t^4 + 7t^3 - 7t^2 - t - 2$ (где x — расстояние от точки отсчета в метрах, t — время в секундах, измеренное с начала движения). Найдите ее скорость (в м/с) в момент времени $t = 3$ с.
13. Вычислите: интеграл от 0 до $\pi/2$ $\sin x \, dx$
14. Решите уравнение: $6 \sin^2 x + 5 \cos x - 2 = 0$
15. Решите неравенство: $x^2 - 3x + 1 - \frac{x^3 + x^2 + 3x - 21}{x} \geq 3$.

Вариант 1

Задание 14

а) Решите уравнение $4 \sin^2 x - 12 \sin x + 5 = 0$.

Решение. а) Сделаем замену $\sin x = y$ и получим квадратное уравнение $4y^2 - 12y + 5 = 0$, откуда, $y = \frac{1}{2}, y = \frac{5}{2}$. Уравнение $\sin x = \frac{5}{2}$ не имеет решений, а из уравнения $\sin x = \frac{1}{2}$ находим $x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k, x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$.

Ответ: а) $\left\{ \frac{\pi}{6} + 2\pi k, \frac{5\pi}{6} + 2\pi k : k \in \mathbb{Z} \right\}$;

Задание 15

Решите неравенство

$$\frac{x^2 - 2x + 1}{(x + 2)^2} + \frac{x^2 + 2x + 1}{(x - 3)^2} \leq \frac{(2x^2 - x + 5)^2}{2(x + 2)^2(x - 3)^2}.$$

$$a = \frac{x - 1}{x + 2}, \quad b = \frac{x + 1}{x - 3}.$$

Решение. Сделаем замену: Тогда

$$a + b = \frac{(x - 1)(x - 3) + (x + 1)(x + 2)}{(x + 2)(x - 3)} = \frac{2x^2 - x + 5}{(x + 2)(x - 3)}.$$

$$a^2 + b^2 \leq \frac{(a+b)^2}{2},$$

Неравенство принимает вид:

$$a^2 + b^2 - 2ab \leq 0 \Leftrightarrow (a-b)^2 \leq 0.$$

откуда

Это неравенство выполняется тогда и только тогда, когда $a = b$. Получаем:

$$\frac{x-1}{x+2} = \frac{x+1}{x-3} \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = x^2 + 3x + 2 \Leftrightarrow x = \frac{1}{7}.$$

Ответ: $\frac{1}{7}$.

Вариант 2

Задание 14

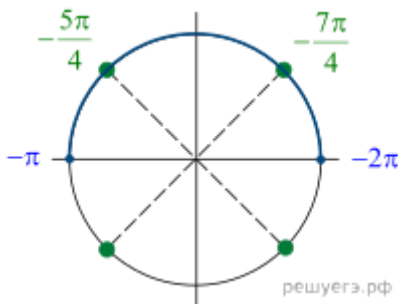
а) Решите уравнение $4 \cos^4 x - 4 \cos^2 x + 1 = 0$.

Решение. а) Выделим полный квадрат:

$$(2 \cos^2 x - 1)^2 = 0 \Leftrightarrow 2 \cos^2 x = 1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \cos^2 x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \cos x = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}, k \in \mathbb{Z}.$$



Ответ: а) $\left\{ \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2} : k \in \mathbb{Z} \right\}$;

Задание 15

$$\frac{x^2 - 6x + 8}{x-1} - \frac{x-4}{x^2 - 3x + 2} \leq 0.$$

Решите неравенство:

Решение. Перепишем неравенство в виде:

$$\begin{aligned} & \frac{x^2 - 6x + 8}{x-1} - \frac{x-4}{x^2 - 3x + 2} \leq 0 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow & \frac{(x-4)(x-2)}{x-1} - \frac{x-4}{(x-2)(x-1)} \leq 0 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow & \frac{(x-2)^2(x-4) - (x-4)}{(x-2)(x-1)} \leq 0 \Leftrightarrow \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \frac{((x-2)^2 - 1)(x-4)}{(x-2)(x-1)} \leq 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{(x-1)(x-3)(x-4)}{(x-2)(x-1)} \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{(x-3)(x-4)}{x-2} \leq 0, \\ x \neq 1. \end{cases}$$

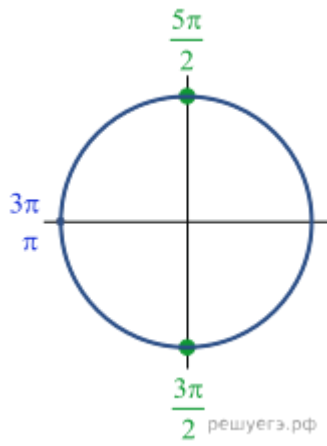
Множество решений исходного неравенства: $(-\infty; 1) \cup (1; 2) \cup [3; 4]$.

Ответ: $(-\infty; 1) \cup (1; 2) \cup [3; 4]$.

Вариант 3

Задание 14

а) Решите уравнение: $2 \sin^4 x + 3 \cos 2x + 1 = 0$



Решение.

формулой $\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$.

что $\sin^4 x = \frac{1}{4}(\cos^2 2x - 2 \cos 2x + 1)$.

$$\frac{1}{2} \cos^2 2x - \cos 2x + \frac{1}{2} + 3 \cos 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \cos^2 2x + 4 \cos 2x + 3 = 0.$$

Сделаем замену $t = \cos 2x$. Получим

$$t^2 + 4t + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1, \\ t = -3. \end{cases}$$

Вернемся к исходной переменной:

Воспользуемся

неё

следует,

Поэтому уравнение можно преобразовать так:

$$\begin{cases} \cos 2x = -1, \\ \cos 2x = -3 \end{cases} \begin{matrix} \Leftrightarrow \\ |\cos 2x| \leq 1 \end{matrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{matrix} 2x = \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ |\cos 2x| \leq 1 \end{matrix} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

Ответ: а) $\left\{ \frac{\pi}{2} + \pi k : k \in \mathbb{Z} \right\}$;

Задание 15

$$\frac{2x^2 - 2x + 1}{2x - 1} \leq 1.$$

Решите неравенство:

Решение. Преобразуем неравенство:

$$\frac{2x^2 - 2x + 1 - 2x + 1}{2x - 1} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{x^2 - 2x + 1}{2x - 1} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{(x - 1)^2}{2x - 1} \leq 0.$$

Решения неравенства: $x = 1$ или $x < \frac{1}{2}$.

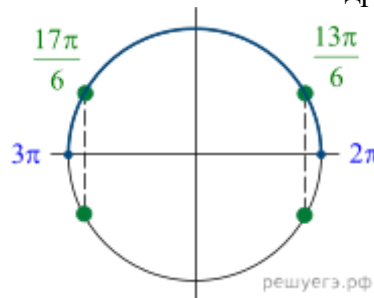
Ответ: $\left(-\infty; \frac{1}{2} \right) \cup \{1\}$.

Вариант 4

Задание 14

а) Решите уравнение $16 \cos^4 x - 24 \cos^2 x + 9 = 0$.

Решение. а) Заметим, что левая часть — полный квадрат:



$$(4 \cos^2 x - 3)^2 = 0.$$

Преобразуем уравнение дальше:

$$4 \cos^2 x = 3 \Leftrightarrow \cos^2 x = \frac{3}{4} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}, \\ \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + \pi k, \\ x = \frac{\pi}{6} + \pi k, k \in \mathbb{Z}. \end{cases}$$

ОТВЕТ: а) $\left\{ -\frac{\pi}{6} + \pi k, \frac{\pi}{6} + \pi k : k \in \mathbb{Z} \right\};$

Задание 15

$$\frac{(x-1)^2 + 4(x+1)^2}{2} \leq \frac{(3x+1)^2}{4}.$$

Решите неравенство:

Решение. Решим первое неравенство:

$$\frac{(x-1)^2 + 4(x+1)^2}{2} \leq \frac{(3x+1)^2}{4} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2(x-1)^2 + 8(x+1)^2 \leq (3x+1)^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - 4x + 2 + 8x^2 + 16x + 8 \leq 9x^2 + 6x + 1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 6x + 9 \leq 0 \Leftrightarrow (x+3)^2 \leq 0 \Leftrightarrow x = -3.$$

ОТВЕТ: $\{-3\}.$

Вариант 5

Решите уравнение: $2 \sin^2 x + \sin x - 1 = 0$

Сделаем замену $\sin x = y$ и получим квадратное уравнение

$$2t^2 - t - 1 = 0$$

$$\text{Дискриминант: } 1 - 4 \cdot 2 \cdot (-1) = 9$$

$$t_1 = 1$$

$$t_2 = -0,5$$

Обратная замена

$$\sin x = 1$$

$$\sin x = -0,5$$

$$x = (-1)^k \left(-\frac{\pi}{6}\right) + \pi k$$

$$x = (-1)^k \frac{\pi}{2} + \pi k$$

$$\text{Ответ } x = (-1)^k \left(-\frac{\pi}{6}\right) + \pi k; x = (-1)^k \frac{\pi}{2} + \pi k$$

Задание 15

$$\frac{x^2 - 2x - 2}{x^2 - 2x} + \frac{7x - 19}{x - 3} \leq \frac{8x + 1}{x}.$$

Решите неравенство:

Решение. Решим неравенство методом интервалов:

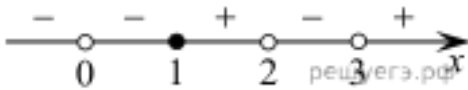
$$\frac{x^2 - 2x - 2}{x^2 - 2x} + \frac{7x - 19}{x - 3} \leq \frac{8x + 1}{x} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 1 - \frac{2}{x^2 - 2x} + 7 + \frac{2}{x - 3} - 8 - \frac{1}{x} \leq 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -\frac{2}{x^2 - 2x} + \frac{2}{x - 3} - \frac{1}{x} \leq 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -\frac{2}{x(x - 2)} + \frac{2}{x - 3} - \frac{1}{x} \leq 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{x(x - 1)}{x(x - 3)(x - 2)} \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0, \\ 0 < x \leq 1, \\ 2 < x < 3. \end{cases}$$



Ответ: $(-\infty; 0) \cup (0; 1] \cup (2; 3)$.

Вариант 6

Задание 14

Решите уравнение: $6 \sin^2 x + 5 \cos x - 2 = 0$

$$\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$$

$$6 - 6 \cos^2 x + 5 \cos x - 2 = 0$$

$$-6 \cos^2 x + 5 \cos x + 4 = 0$$

$$6 \cos^2 x - 5 \cos x - 4 = 0$$

Квадратное уравнение относительно $\cos x$

$$D = 5^2 - 4 \cdot 6 \cdot (-4) = 25 + 96 = 121 = 11^2$$

$$\cos x = \frac{5 - 11}{12} = -\frac{6}{12} = -\frac{1}{2}$$

$$x = +\frac{2\pi}{3} + 2\pi \cdot n$$

$$\cos x = \frac{5 + 11}{12} = \frac{16}{12} > 1$$

Решений нет

$$\text{ответ } x = +\frac{2\pi}{3} + 2\pi \cdot n$$

Задание 15

$$x^2 - 3x + 1 - \frac{x^3 + x^2 + 3x - 21}{x} \geq 3.$$

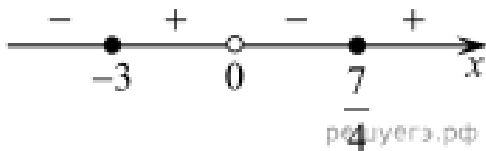
Решите неравенство:

Решение. Решим второе неравенство:

$$\frac{x(x^2 - 3x + 1)}{x} - \frac{x^3 + x^2 + 3x - 21}{x} \geq \frac{3x}{x} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{-4x^2 - 5x + 21}{x} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{-(x + 3)(4x - 7)}{x} \geq 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{(x + 3)(4x - 7)}{x} \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -3, \\ 0 < x \leq \frac{7}{4}. \end{cases}$$



Ответ: $(-\infty; -3] \cup \left(0; \frac{7}{4}\right]$.

Текущий контроль.

Контрольная работа № 1

Вариант 1

1. Вычислить:

1) $\frac{\sqrt[3]{9} \cdot 3^5}{15^0 \cdot 27^2 \cdot 3^{-\frac{1}{3}}}$; 2) $(\sqrt[3]{2\sqrt{16}})^2$.

$12^x = 3$. Найти 12^{2x-1} .

2. Известно, что

3. Выполните действия ($a > 0, b > 0$):

1) $a^{4+\sqrt{5}} \cdot \left(\frac{1}{a^{\sqrt{5}-1}}\right)^{\sqrt{5}+1}$; 2) $\frac{\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{ab}}{\sqrt[3]{a}} - \sqrt[3]{b}$.

4. Сравните числа:

1) $\left(\frac{2}{7}\right)^{\frac{3}{7}}$ и $\left(\frac{2}{7}\right)^{\frac{6}{7}}$; 2) $(4,2)^{\sqrt{7}}$ и $\left(4\frac{2}{5}\right)^{\sqrt{7}}$.

5. Записать бесконечную периодическую десятичную дробь $0,2(7)$ в виде обыкновенной.

6. Упростить $\left(\frac{a^{\frac{1}{2}} + 2}{a + 2a^{\frac{1}{2}} + 1} - \frac{a^{\frac{1}{2}} - 2}{a - 1}\right) \cdot \frac{a^{\frac{1}{2}} + 1}{a^{\frac{1}{2}}}$ при $a > 0, a \neq 1$.

Контрольная работа № 1

Вариант 2

1. Вычислить:

1) $\frac{2^9 \cdot \sqrt[5]{16} \cdot 8^0}{4^4 \cdot 2^{\frac{1}{5}}}$; 2) $(\sqrt[3]{3\sqrt{81}})^2$.

2. Известно, что $8^x = 5$. Найти 8^{-x+2} .

3. Выполните действия ($a > 0, b > 0$):

1) $(a^{\sqrt{3}+1})^{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{a^{\sqrt{3}}}$; 2) $\frac{\sqrt[3]{ab} - \sqrt[3]{b}}{\sqrt[3]{b}} - \sqrt[3]{a}$.

4. Сравните числа:

1) $(0,7)^{-\frac{3}{8}}$ и $(0,7)^{-\frac{5}{8}}$; 2) $(\pi)^{\sqrt{3}}$ и $(3,14)^{\sqrt{3}}$.

5. Записать бесконечную периодическую десятичную дробь $0,3(1)$ в виде обыкновенной.

6. Упростить $\left(\frac{x-y}{x^{\frac{3}{4}} + x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{4}} - \frac{x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{1}{4}} + y^{\frac{1}{4}}}\right) \left(\frac{y}{x}\right)^{-\frac{1}{2}}$ при $x > 0, y > 0$.

Контрольная работа № 2

Вариант 1

1. Найдите область определения функции: $y = \sqrt[4]{4 - x^2}$.

2. Изобразите эскиз графика функции $y = x^{-5}$.

1) Выясните, на каких промежутках функция убывает.

2) Сравните числа: $\left(\frac{1}{7}\right)^{-5}$ и 1; $(3,2)^{-5}$ и $(3\sqrt{2})^{-5}$.

3. Решите уравнение:

1) $\sqrt{1-x} = 3$; 2) $\sqrt{x+2} = \sqrt{3-x}$; 3) $\sqrt{1-x} = x+1$;

4) $\sqrt{2x+5} - \sqrt{x+6} = 1$.

4. Найдите функцию, обратную к функции и укажите ее область определения и множества значений. $y = (x-8)^{-1}$,

5. Решите неравенство: $\sqrt{x+8} > x+2$.

Контрольная работа № 2 второй семестр

Вариант 2

1. Найдите область определения функции $y = (x^2 - 9)^{\frac{1}{3}}$.

2. Изобразите эскиз графика функции $y = x^{-6}$.

3) Выясните, на каких промежутках функция убывает.

4) Сравните числа: $(4,2)^{-6}$ и 1; $\left(\frac{1}{3}\right)^{-6}$ и $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{-6}$.

3. Решите уравнение:

1) $\sqrt{x-2} = 4$; 2) $\sqrt{5-x} = \sqrt{x-2}$; 3) $\sqrt{x+1} = 1-x$;

4) $\sqrt{3x+1} - \sqrt{x+8} = 1$.

4. Найдите функцию, обратную к функции и укажите ее область определения и множества значений. $y = 2(x+6)^{-1}$,

5. Решите неравенство: $\sqrt{x-3} < x-5$.

Контрольная работа № 3 третий семестр

Вариант 1

1. Вычислить:

1) $\log_{\frac{1}{2}} 16$; 2) $5^{1+\log_5 3}$; 3) $\log_3 135 - \log_3 20 + 2\log_3 6$.

2. В одной системе координат схематически построить графики функции

$$y = \log_{\frac{1}{4}} x \text{ и } y = \left(\frac{1}{4}\right)^x.$$

3. Сравните числа

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{3}{4} \text{ и } \log_{\frac{1}{2}} \frac{4}{5}.$$

4. Решить уравнение $\log_5(2x - 1) = 2.$

5. Решить неравенство $\log_{\frac{1}{3}}(x - 5) > 1.$

6. Решить уравнение $\log_2(x - 2) + \log_2 x = 3.$

7. Решить уравнение $\log_8 x + \log_{\sqrt{2}} x = 14.$

8. Решить неравенство $\log_3^2 x - 2\log_3 x \leq 3.$

Контрольная работа № 3 третий семестр

Вариант 2

1. Вычислить:

1) $\log_3 \frac{1}{27}$; 2) $\left(\frac{1}{3}\right)^{2\log_{\frac{1}{3}} 7}$; 3) $\log_2 56 + 2\log_2 12 - \log_2 63.$

2. В одной системе координат схематически построить графики функции

$$y = \log_4 x \text{ и } y = 4^x.$$

3. Сравнить числа

$$\log_{0,9} 1\frac{1}{2} \text{ и } \log_{0,9} 1\frac{1}{3}.$$

4. Решить уравнение $\log_4(2x + 3) = 3.$

5. Решить неравенство $\log_5(x - 3) < 2.$

6. Решить уравнение $\log_3(x - 8) + \log_3 x = 2.$

7. Решить уравнение $\log_{\sqrt{3}} x + \log_9 x = 10.$

8. Решить неравенство $\log_2^2 x - 3\log_2 x \leq 4.$

Перечень источников литературы:

Основные источники:

1. Мерзляк А.Г., Номировский Д.А. Математика. Алгебра и начала математического анализа. – Издательство «Просвещение», 2024.

Дополнительные источники:

1. Башмаков М. И. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия; учеб. Для студ. Учреждений сред. проф. образования – 4-е изд., стер. - М.: Издательский центр «Академия», - 256 С., 2017
2. Башмаков М. И. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия: Задачник: учеб. пособие для студентов сред. Проф. образования – 4-е изд., стрем. – М.: Издательский центр «Академия» - 2017г
3. Колмогоров Ю.М. и др. Геометрия 10-11 класс – М.- 2016
4. Погорелов М.А. Геометрия 10-11 класс - М.- 2016
5. Атанасян Л.С. и др. Геометрия 10-11 класс – М.- 2016

Интернет ресурсы:

1. <https://mathb-ege.sdangia.ru/>