

**Государственное бюджетное профессиональное образовательное учреждение
Иркутской области
«Иркутский техникум транспорта и строительства»**

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
К ПРАКТИЧЕСКИМ ЗАНЯТИЯМ
УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

ОП.011

Математические методы решения прикладных профессиональных задач

по специальности среднего профессионального образования

23.02.07 Техническое обслуживание и ремонт автотранспортных средств

Квалификация: специалист по техническому обслуживанию и
ремонту автотранспортных средств

Форма обучения: очная

Нормативный срок обучения: 3 года 10 месяцев
на базе основного общего образования

Иркутск, 2025 г.

Методические указания к практическим занятиям учебной дисциплины разработаны на основе:

Федерального государственного образовательного стандарта среднего общего образования, утвержденного приказом Министерства образования и науки РФ от 17 мая 2012 года № 413 с изменениями и дополнениями от 29 декабря 2014 г., 31 декабря 2015 г., 29 июня 2017 г., 12.08.2022 г. Пр. №732;

Федеральной образовательной программы среднего общего образования (Приказ Минпросвещения России от 18.05.2023 N 371 "Об утверждении федеральной образовательной программы среднего общего образования" (Зарегистрировано в Минюсте России 12.07.2023 N 74228));

Федерального государственного образовательного стандарта по специальности **23.02.07 Техническое обслуживание и ремонт автотранспортных средств** от 2 июля 2024 г. N 453;

Рабочей программы воспитания ГБПОУ ИО ИТТриС;

Рабочей программы дисциплины.

Является частью ОП образовательной организации.

Организация – разработчик: ГБПОУ ИО «Иркутский техникум транспорта и строительства»

Разработчик: Котлярова Анастасия Сергеевна, преподаватель высшей квалификационной категории

Рассмотрена и одобрена на заседании

ДЦК

Протокол № 10 от 29.05.2025г.

СОДЕРЖАНИЕ

1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ	4
2. РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ, РЕГЛАМИНТИРОВАННЫЕ ФГОС СОО с учетом ФГОС СПО.....	5
3. ПЕРЕЧЕНЬ ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ.....	6
4. СОДЕРЖАНИЕ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ.....	7
ПР №1. Вычисление пределов.	7
ПР №2. Решение прикладных задач методами математического анализа.	8
ПР №3. Вычисление неопределенных интегралов.....	9
ПР №4. Вычисление определенных интегралов.....	10
ПР №5. Решение дифференциальных уравнений с разделяющимися переменными...	11
ПР №6. Решение СЛАУ методом обратной матрицы.....	12
ПР №7. Применение метода комплексных чисел для решения прикладных задач.....	12
ПР №8. Решение прикладных задач методами теории множеств.	13
ПР №9. Решение прикладных задач методами комбинаторики.	15
ПР №10. Решение прикладных задач методами математической логики.	16
ПР № 11. Решение практических задач на определение вероятности события.	17
ПР №12. Решение прикладных задач методами математической статистики.	18
5. ЛИТЕРАТУРА.....	20

1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Методические указания к практическим занятиям учебной дисциплины «Математические методы решения прикладных профессиональных задач» предназначены для формирования учебных и практических умений обучающихся по дисциплине. Они составляют важную часть теоретической и профессиональной практической подготовки.

Учебным планом на изучение дисциплины отводится 134 часа, в том числе практические занятия – 24 часа. На выполнение практической работы отводится два академических часа.

Выполнение обучающимися практических работ направлено на:

- обобщение, систематизацию, углубление теоретических знаний;
- формирование умений применять полученные знания в практической деятельности;
- развитие аналитических, проектировочных, конструктивных умений;
- выработку самостоятельности, ответственности, точности и творческой инициативы.

Практические занятия - один из видов практического обучения, имеющий целью закрепление теоретических знаний и формирование практических умений и навыков. Практическая работа заключается в выполнении обучающимися под руководством преподавателя комплекса учебных заданий, направленных на усвоение основ учебной дисциплины, приобретение практических навыков решения примеров и задач.

Критерии оценки практических работ:

Отметка "5", если:

- работа выполнена полностью;
- в логических рассуждениях и обосновании нет пробелов и ошибок;
- в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала)

Отметка "4", если:

- работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны (если умение обосновывать рассуждения не являлось специальным объектом проверки);
- допущена одна существенная ошибка или две-три несущественных ошибки

Отметка "3", если:

- допущены более одной существенной ошибки или более двух-трех несущественных ошибок, но обучающийся владеет обязательными умениями по проверяемой теме; при этом правильно не выполнено менее половины работы

Отметка "2", если:

- допущены существенные ошибки, показавшие, что обучающийся не владеет обязательными умениями по данной теме в полной мере.

К категории *существенных ошибок* следует отнести ошибки, связанные с незнанием, непониманием обучающимися основных положений теории и с неправильным применением методов, способов, приемов решения практических заданий, предусмотренных программой

К категории *несущественных ошибок* следует отнести погрешности, связанные с небрежным выполнением записей, рисунков, графиков, чертежей, а также погрешности и недочеты, которые не приводят к искажению смысла задания и его выполнения.

2. РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ, РЕГЛАМЕНТИРОВАННЫЕ ФГОС СОО С УЧЕТОМ ФГОС СПО

Код ПК, ОК	Умения	Знания
ОК 01-4, ПК 1.1, 2.1, 3.1	<ul style="list-style-type: none"> • анализировать сложные функции и строить их графики; • выполнять действия над комплексными числами; • вычислять значения геометрических величин; • производить операции над матрицами и определителями; • решать задачи на вычисление вероятности с использованием элементов комбинаторики; • решать прикладные задачи с использованием элементов дифференциального и интегрального исчисления; • решать системы линейных уравнений различными методами; • определять этапы решения задач; • структурировать получаемую информацию; • применять современную научную профессиональную терминологию; • кратко обосновывать и объяснять свои действия (текущие и планируемые); 	<ul style="list-style-type: none"> • основные математические методы решения прикладных задач; • основные понятия и методы математического анализа, линейной алгебры, теории комплексных чисел, теории вероятностей и математической статистики; • основы интегрального и дифференциального исчисления; • роль и место математики в современном мире при освоении профессиональных дисциплин и в сфере профессиональной деятельности; • алгоритмы выполнения работ в профессиональной и смежных областях; • приемы структурирования информации; • современная научная и профессиональная терминология; • основы проектной деятельности; • правила оформления документов и построения устных сообщений.

3. ПЕРЕЧЕНЬ ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ

№ п/п	Тематика практических работ
	Раздел 1. Математический анализ.
1	Вычисление пределов.
2	Решение прикладных задач методами математического анализа.
3	Вычисление неопределенных интегралов.
4	Вычисление определенных интегралов.
	Раздел 2. Обыкновенные дифференциальные уравнения.
5	Решение дифференциальных уравнений с разделяющимися переменными.
	Раздел 3. Основные понятия и методы линейной алгебры.
6	Решение СЛАУ методом обратной матрицы.
	Раздел 4. Элементы теории комплексных чисел.
7	Применение метода комплексных чисел для решения прикладных задач.
	Раздел 5. Основы дискретной математики.
8	Решение прикладных задач методами теории множеств.
9	Решение прикладных задач методами комбинаторики.
	Раздел 6. Основы математической логики.
10	Решение прикладных задач методами математической логики.
	Раздел 8. Основы теории вероятностей и математической статистики.
11	Решение практических задач на определение вероятности события.
12	Решение прикладных задач методами математической статистики.

4.СОДЕРЖАНИЕ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

ПР №1. Вычисление пределов.

Цель: Закрепить знания и умения при решении задач по технике вычисления пределов. Необходимые знания для выполнения задания: Предел, алгоритм вычисления предела, неопределенность, правила вычисления пределов по виду неопределенности.

Задания для практической работы

Вычислить предел функции	
1	<div style="display: flex; justify-content: space-between;"> <div style="width: 45%;"> <p>1) $\lim_{x \rightarrow 2} (2x^2 - 3x + 4);$</p> <p>3) $\lim_{x \rightarrow 0} (3x^3 + x^2 + 8x + 10);$</p> <p>5) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x + 3)(x - 2)}{x + 2};$</p> </div> <div style="width: 45%;"> <p>2) $\lim_{x \rightarrow -1} (x^3 - x^2 + 1);$</p> <p>4) $\lim_{x \rightarrow 2} ((x^2 - 1)(x - 3)(x - 5));$</p> <p>6) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 1}.$</p> </div> </div>
2	<div style="display: flex; justify-content: space-between;"> <div style="width: 45%;"> <p>1) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{3}{2x - 6};$</p> <p>3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^3 - 2x^2}{5x^3 - 4x^2};$</p> <p>5) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x - 3}{x^2 - 9};$</p> <p>7) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 8x + 15}{x^2 - 25};$</p> </div> <div style="width: 45%;"> <p>2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4}{3x^2 + 2x};$</p> <p>4) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^3 + x}{x};$</p> <p>6) $\lim_{x \rightarrow (-3/2)} \frac{4x^2 - 9}{2x + 3};$</p> <p>8) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x - 1}.$</p> </div> </div>
3	<div style="display: flex; justify-content: space-between;"> <div style="width: 45%;"> <p>1) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 8x + 4}{5x^2 - 14x + 8};$</p> <p>3) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^2 + x - 15}{3x^2 + 7x - 6};$</p> <p>5) $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{x - 6}{\sqrt{x + 3} - 3};$</p> <p>7) $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{3 - \sqrt{x}}{4 - \sqrt{2x - 2}};$</p> </div> <div style="width: 45%;"> <p>2) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 7x + 10}{x^2 - 9x + 20};$</p> <p>4) $\lim_{x \rightarrow (-2/3)} \frac{3x^2 + 5x + 2}{3x^2 + 8x + 4};$</p> <p>6) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x + 1} - 1}{x};$</p> <p>8) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{\sqrt{x} - 1}.$</p> </div> </div>
Упростить выражение	
4	<div style="display: flex; justify-content: space-between;"> <div style="width: 45%;"> <p>1) $\lim_{x \rightarrow -1} \left(\frac{3}{x^3 + 1} - \frac{1}{x + 1} \right);$</p> <p>3) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2}{x^2 + 3x};$</p> <p>5) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x}{x - 2};$</p> </div> <div style="width: 45%;"> <p>2) $\lim_{x \rightarrow \infty} (x^2 - 5x + 6);$</p> <p>4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(5 + \frac{2}{x} - \frac{3}{x^2} \right);$</p> <p>6) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - 8}{2x - 2}.$</p> </div> </div>

5	1) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 - 3x^2 + 1}{x^3 + 4x^2 + 2x}$; 3) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^5 + x^6}{x^3 + x^4}$; 5) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 - x} - x)$;	2) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 5x + 4}{x^2 + 2x + 3}$; 4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 - x^3 + i}{x^3 + 2x^2 + x}$; 6) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 5x} - x)$.
6	1) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin^2 x}{1 + \cos x}$; 3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x}{\sqrt{1 - \operatorname{tg} x} - 1}$; 5) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^3 3x}{x^3}$;	2) $\lim_{x \rightarrow (\pi/4)} \frac{\sin x - \cos x}{\operatorname{tg} x - 1}$; 4) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x}{\sin 2x}$; 6) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^3 x}{x^4}$.

ПР №2. Решение прикладных задач методами математического анализа.

Цель: Закрепить знания и умения решения задач на дифференцирование.

Необходимые знания для выполнения задания: Производная, правила дифференцирования, формулы дифференцирования, геометрический смысл производной, физический смысл производной.

Задания для практической работы

Вычислить производную функции	
1	1) $f(x) = 4x^3 - 3x^2 - x - 1$, $x = -1$; 2) $f(x) = 3x^4 - 2x^2 + 4x - 1$, $x = -1$; 3) $f(x) = 1 - x^2 + x^3 - x^4 + x^5$, $x = 2$.
2	1) $f(x) = (2x^3 - 1)(x^2 + 1)$, $x = 1$; 2) $f(x) = (3 - x^2)(4 + x^2)$, $x = -2$; 3) $f(x) = (x^3 + x^2)(x^2 - 1)$, $x = -1$.
3	1) $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$, $x = -2$; 2) $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^3 + 1}$, $x = 1$; 3) $f(x) = \frac{3x - 1}{2x + 1}$, $x = 2$.
4	1) $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$, $x = \sqrt{3}$; 2) $f(x) = \sqrt{x^3 + 1}$, $x = 2$; 3) $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x}$, $x = 3$.

5	Точка движется прямолинейно по закону $S = t^3 + 5t^2 + 4$. Найдите величины скорости и ускорения в момент времени $t = 2$ с.
6	Зависимость температуры тела T от времени t задана уравнением $T = \frac{1}{2}t^2 - 2t + 3$. С какой скоростью нагревается это тело в момент времени $t = 10$ с?
7	Сила тока I (А) изменяется в зависимости от времени t (с) по закону $I = 3t^2 + 2t + 1$. Найдите скорость изменения силы тока через 8 с.
8	Тело массой $m = 12$ кг движется прямолинейно по закону $S = t^2 + 2t + 3$. Найдите кинетическую энергию тела $\left(\frac{mv^2}{2}\right)$ через 5 с после начала движения. Здесь v — скорость тела.
9	Вычислите скорость точки, движущейся прямолинейно по закону $S = tg 2t$ в момент времени $t_0 = \frac{\pi}{6}$. Здесь S — путь (м), t — время (с).
10	Каким должен быть прямоугольник наибольшей площади, который можно согнуть из куска проволоки длиной 50 см?

ПР №3. Вычисление неопределенных интегралов.

Цель: Закрепить знания и умения при вычислении неопределенных интегралов.

Необходимые знания для выполнения задания: Первообразная, правила и формулы вычисления первообразной, интеграл, формула Ньютона-Лейбница.

Задания для практической работы

Решить задачу	
1	1) $\int (2x^2 - 1)^2 dx$; 2) $\int x^3(1 - 6x^2) dx$; 3) $\int (3x^{-4} + 8x^{-5}) dx$; 4) $\int (x^{-4} - x^{-3} - 3x^{-2} + 1) dx$; 5) $\int (5u^{3/2} - 7u^{3/4}) du$.
2	1) $\int 5^x dx$; 2) $\int 4^{2x} dx$; 3) $\int (e^x + 2x) dx$; 4) $\int (3^x - e^x - 1) dx$; 5) $\int \frac{2dx}{x + 3}$.

3	1) $\int \frac{\cos x \, dx}{3 \sin x - 1}$; 2) $\int \frac{\sin x \, dx}{2 - \cos x}$; 3) $\int \frac{\cos x \, dx}{3 + 2 \sin x}$; 4) $\int \frac{dx}{\cos^2 5x}$; 5) $\int \frac{dx}{\sin^2 (3x + 2)}$.
4	1) $\int (7 - 2x)^3 \, dx$; 2) $\int (5t - 1)^4 \, dt$; 3) $\int \frac{dx}{(4 - 3x)^2}$; 4) $\int \frac{dz}{(5z + 1)^3}$; 5) $\int \frac{dx}{(3x + 1)^2}$.
5	1) $\int \sqrt[3]{(3x + 1)^2} \, dx$; 2) $\int \sqrt{2x - 1} \, dx$; 3) $\int \sqrt[3]{(4 - 3t)^2} \, dt$; 4) $\int \frac{dx}{\sqrt{(3x - 1)^3}}$; 5) $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{(3x - 5)^2}}$.

ПР №4. Вычисление определенных интегралов.

Цель: Закрепить знания и умения при вычислении определенных интегралов.

Необходимые знания для выполнения задания: Первообразная, правила и формулы вычисления первообразной, интеграл, формула Ньютона-Лейбница.

Задания для практической работы

Решить задачу	
1	1) $\int_0^2 x^2 \, dx$; 2) $\int_1^2 x^3 \, dx$; 3) $\int_1^2 x^4 \, dx$; 4) $\int_{-2}^3 (4x^3 - 3x^2 + 2x + 1) \, dx$; 5) $\int_{-1}^0 (x^3 + 2x) \, dx$.
2	1) $\int_{1/2}^1 \frac{dx}{x^3}$; 2) $\int_{1/3}^{1/2} \frac{dx}{x^2}$; 3) $\int_0^4 \sqrt{x} \, dx$; 4) $\int_1^8 \sqrt[3]{x^2} \, dx$; 5) $\int_8^{27} \frac{dx}{\sqrt[3]{x}}$.

3	1) $\int_1^4 \left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right) dx;$ 3) $\int_1^3 e^{2x} dx;$ 5) $\int_3^6 \frac{dx}{x}.$	2) $\int_1^9 \frac{x-1}{\sqrt{x}} dx;$ 4) $\int_0^1 e^{3x} dx;$
4	1) $\int_0^{\pi/3} \sin x dx;$ 3) $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} (\cos x - \sin x) dx;$ 5) $\int_{\pi/6}^{\pi/3} \frac{dx}{\sin^2 x}.$	2) $\int_{-\pi/4}^{\pi/4} \cos x dx;$ 4) $\int_0^{\pi/4} \frac{4 dx}{\cos^2 x};$

ПР №5. Решение дифференциальных уравнений с разделяющимися переменными.

Цель: Систематизировать знания и умения при решении дифференциальных уравнений. Необходимые знания для выполнения задания: Производная, интеграл, дифференциал, дифференциальное уравнение с разделяющимися переменными, общее решение дифференциальных уравнений, частное решение дифференциальных уравнений.

Задания для практической работы

Найдите общее решение уравнения		
1	1) $x^2 dx = 3y^2 dy;$ 3) $\frac{dy}{\sqrt{x}} = \frac{3dx}{\sqrt{y}};$	2) $\sqrt{x} dy = \sqrt{y} dx;$ 4) $(y + 1) dx = (x - 1) dy.$
2	1) $xy dx = (1 + x^2) dy;$ 2) $y^2 dx + (x - 2) dy = 0;$ 3) $(x^2 - yx^2) dy + (y^2 + xy^2) dx = 0;$ 4) $x^2 dy - (2xy + 3y) dx = 0.$	
3	1) $(1 + y^2) dx - \sqrt{x} dy = 0;$ 2) $\sqrt{1 - x^2} dy - x\sqrt{1 - y^2} dx = 0.$	
Найдите частное решение уравнения		
4	1) $y dy = x dx,$ 2) $x dy = y dx,$ 3) $ds = (3t^2 - 2t) dt,$ 4) $\frac{dy}{x^2} = \frac{dx}{y^2},$	$y = 4$ при $x = -2;$ $y = 6$ при $x = 2;$ $s = 4$ при $t = 2;$ $y = 2$ при $x = 0.$

5	1) $\frac{dy}{x-1} = \frac{dx}{y-2},$	$y = 4$ при $x = 0;$
	2) $(1+y) dx = (1-x) dy,$	$y = 3$ при $x = -2;$
	3) $(1+x)y dx + (1-y)x dy = 0,$	$y = 1$ при $x = 1;$
	4) $y^2 dx = e^x dy,$	$y = 1$ при $x = 0.$

ПР №6. Решение СЛАУ методом обратной матрицы.

Цель: Закрепить знания и умения при решении систем линейных уравнений разными способами.

Необходимые знания для выполнения задания: СЛАУ, матрица, действия с матрицами, определитель и вычисление определителя, метод Крамера, метод Гаусса, метод обратной матрицы.

Задания для практической работы

Решить СЛАУ методом Крамера		
1	1) $\begin{cases} 2x + 3y = 13, \\ 5x - y = 7; \end{cases}$	2) $\begin{cases} 3x + 5y = 14, \\ 2x - 4y = -20; \end{cases}$
	3) $\begin{cases} \frac{2x-y}{3} - \frac{3x-2}{4} = x+y, \\ 5x - 4y = -18; \end{cases}$	4) $\begin{cases} \frac{1-2y}{5} - \frac{x}{5} - 2y = 4, \\ 2(1-y) - x = 1. \end{cases}$
Решить СЛАУ методом Гаусса		
2	1) $\begin{cases} -x + 2y + z = 7, \\ 3x - y + 6z = 19, \\ -4x + 3y - z = 8; \end{cases}$	2) $\begin{cases} 2x + y + 2z = 1, \\ 3x - y + 2z = 1, \\ 4x - y + 5z = -3; \end{cases}$
	3) $\begin{cases} 2x - y - 3z = 0, \\ x + 3y - 4z = -11, \\ 3x + 2y - z = 7; \end{cases}$	4) $\begin{cases} 4x + 3y + 2z - 1 = 0, \\ 2x - 5y - 3z - 16 = 0, \\ 3x + 2y + 4z - 4 = 0. \end{cases}$
Решить СЛАУ методом обратной матрицы		
3	1) $\begin{cases} x - 2y + 3z = 6, \\ 2x + 3y - 4z = 20, \\ 3x - 2y - 5z = 6; \end{cases}$	2) $\begin{cases} 5x + y - 3z = -2, \\ 4x + 3y + 2z = 16, \\ 2x - 3y + z = 17; \end{cases}$
	3) $\begin{cases} 5x - 3y + 4z = 11, \\ 2x - y - 2z = -6, \\ 3x - 2y + z = 2; \end{cases}$	4) $\begin{cases} x - 2y - z = 2, \\ 3x - 6y - 3z = 6, \\ 5x - 10y - 5z = 10. \end{cases}$

ПР №7. Применение метода комплексных чисел для решения прикладных задач.

Цель: Закрепить знания и умения при решении прикладных задач методом комплексных чисел.

Необходимые знания для выполнения задания: комплексное число, алгебраическая форма, тригонометрическая форма, действия с комплексными числами, мнимая единица, степени мнимой единицы.

Задания для практической работы

Выполнить сложение комплексных чисел	
1	1) $z_1 = -3 + 5i, z_2 = 4 - 7i;$ 2) $z_1 = -\frac{2}{3} + \frac{1}{4}i, z_2 = \frac{1}{4} + \frac{5}{6}i;$ 3) $z_1 = -0,6 + 0,2i, z_2 = -0,4 - 0,5i;$ 4) $z_1 = 3,6 + 0,2i, z_2 = 1,4 - 0,2i;$ 5) $z_1 = 3 - 0,7i, z_2 = -3 + 0,7i;$ 6) $z_1 = -1 + 3i, z_2 = 4 + 5i.$
Найдите разность комплексных чисел	
2	1) $z_1 = 4 - 2i, z_2 = 3 + 8i;$ 2) $z_1 = \frac{5}{6} + \frac{3}{4}i, z_2 = \frac{5}{6} - \frac{1}{4}i;$ 3) $z_1 = \frac{7}{8} - \frac{1}{5}i, z_2 = \frac{3}{8} - \frac{1}{5}i;$ 4) $z_1 = 1,5 - 2,1i, z_2 = 0,5 + 0,9i;$ 5) $z_1 = \frac{3}{4} - \frac{1}{2}i, z_2 = \frac{1}{8} + \frac{3}{8}i;$ 6) $z_1 = \frac{7}{8} - \frac{1}{2}i, z_2 = -\frac{1}{2}i.$
Найдите произведение комплексных чисел	
3	1) $z_1 = 2 - 3i, z_2 = -4 + i;$ 2) $z_1 = \frac{2}{3} - \frac{1}{4}i, z_2 = \frac{2}{3} + \frac{1}{4}i;$ 3) $z_1 = \sqrt{5}i, z_2 = 4\sqrt{5}i;$ 4) $z_1 = 5 - 3i, z_2 = 2i;$ 5) $z_1 = -1 + 6i, z_2 = 6 - i;$ 6) $z_1 = \frac{2}{3} - \frac{1}{3}i, z_2 = \frac{1}{3} + \frac{4}{3}i;$ 7) $z_1 = 0,2 - 0,3i, z_2 = 0,5 + 0,4i.$
Вычислить	
4	1) $\frac{1}{i};$ 2) $\frac{1}{1-i};$ 3) $\frac{3-2i}{1+3i};$ 4) $\frac{(1+2i)(2+i)}{3-2i};$ 5) $\frac{2+3i}{(4+i)(2-2i)};$ 6) $\frac{(3+2i)(2-i)}{(2+3i)(1+i)};$ 7) $\frac{a+bi}{a-bi};$ 8) $\frac{\sqrt{5}+i}{\sqrt{5}-2i};$ 9) $\frac{1-3i}{-2+i} + \frac{1+4i}{-1+3i};$ 10) $\frac{a+bi}{a-bi} - \frac{a-bi}{a+bi}.$
5	1) $(1-i)^8;$ 2) $(1+i)^{15};$ 3) $\left(\frac{-1+\sqrt{2}i}{2}\right)^3;$ 4) $(1+i)^{-3};$ 5) $(1-i)^{-12}.$

ПР №8. Решение прикладных задач методами теории множеств.

Цель: Закрепить знания и умения по теории множеств при решении практических задач.

Необходимые знания для выполнения задания: Множество, объединение, пересечение, круги Эйлера.

Задания для практической работы

1. Изобразите на координатной прямой элементы множества А.

В-1. А – множество нечетных однозначных отрицательных чисел.

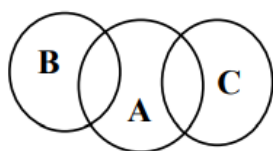
В-2. А – множество простых однозначных чисел.

В-3. А – множество натуральных делителей числа 12.

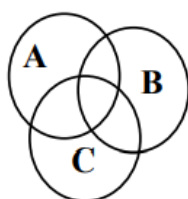
В-4. А – множество четных натуральных однозначных чисел.

2. Проиллюстрируйте на кругах Эйлера истинность закона дистрибутивности пересечения относительно объединения для следующих отношений между множествами А, В и С:

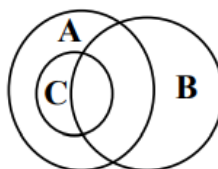
В-1



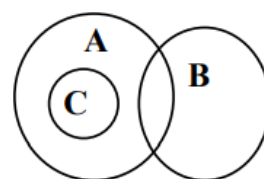
В-2



В-3



В-4



3. Изобразите при помощи кругов Эйлера отношения между множествами А, В и С. Укажите характеристическое свойство элементов множества $(B \cup A) \setminus C \cap B$.

В-1

$$A = \{x \mid x \in R, x > 3 \frac{1}{4}\}$$

$$B = \{x \mid x \in R, -5 \leq x \leq 4, 8\}$$

$$C = \{x \mid x \in Z, |x| \leq 4\}$$

В-2

$$A = \{x \mid x \in R, x \leq 0\}$$

$$B = \{x \mid x \in N, x < 9\}$$

$$C = \{x \mid x \in R, -3 \leq x < 5 \frac{1}{3}\}$$

В-3

$$A = \{x \mid x \in R, |x| < 2\}$$

$$B = \{x \mid x \in N, x \leq 5\}$$

$$C = \{x \mid x \in N_0, x \leq 7\}$$

В-4

$$A = \{x \mid x \in R, |x| < 2\}$$

$$B = \{x \mid x \in Z, -2x \leq 8\}$$

$$C = \{x \mid x \in N, x < 5\}$$

4. Изобразите на координатной плоскости элементы декартова произведения множеств:

В-1: а) А и С; б) $(A \times B) \cap (C \times A)$;

В-2: а) С и В б) $(A \times B) \cap (A \times C)$;

В-3: а) В и А; б) $(A \times C) \cap (B \times C)$;

В-4: а) В и В; б) $(B \times A) \cap (C \times B)$.

Множества А, В и С заданы в задании №3.

5. Выделите во множестве натуральных чисел подмножества так, чтобы произошло разбиение на: два класса; три класса.

ПР №9. Решение прикладных задач методами комбинаторики.

Цель: Закрепить знания и умения по комбинаторике при решении задач.

Необходимые знания для выполнения задания: комбинация, порядок элементов в комбинации, место элемента в комбинации, сочетание, перестановки, размещение, правило произведения.

Задания для практической работы

Решить задачи	
1	Имеется множество чисел $\{1, 2, 3, 4\}$. Составить следующие виды соединений по 2 элемента из четырех: а) размещения без повторений; б) размещения с повторениями; в) сочетания без повторений; г) сочетания с повторениями.
2	Из Москвы до Новосибирска можно добраться поездом и самолетом; из Новосибирска в Томск - поездом, самолетом, автобусом, парходом. Сколькими способами можно осуществить путешествие по маршруту Москва - Новосибирск - Томск?
3	На вершину горы ведет 7 дорог. Сколькими способами турист может подняться на гору и спуститься с нее? Дайте ответ на этот же вопрос, если подъем и спуск осуществляются различными путями.
4	Стадион имеет 4 входа. Сколькими способами болельщик может войти на стадион в один вход, а выйти через другой?
5	В корзине лежат 12 яблок и 10 апельсинов. Ваня выбирает из нее яблоко или апельсин, после чего Надя берет и яблоко и апельсин. В каком случае Надя имеет большую свободу выбора: если Ваня взял яблоко или если он взял апельсин?
6	Сколько четырехзначных чисел можно составить из цифр 0, 1, 2, 3, 4, 5, если: а) ни одна из цифр не повторяется более одного раза; б) цифры могут повторяться; в) числа должны быть нечетными (цифры могут повторяться)?

7	<p>Восемь девушек отправились в путешествие на двух лодках, в меньшей из которых могли поместиться не более четырех, а в большей - не более шестерых. Сколькими различными способами они могут распределиться в разные лодки? (Распределения считаются различными, если хотя бы одна из девушек окажется в другой лодке.)</p>
---	---

ПР №10. Решение прикладных задач методами математической логики.

Цель: Закрепить знания и умения по математической логике при решении прикладных задач.

Необходимые знания для выполнения задания: конъюнкция, дизъюнкция, отрицание, эквиваленция, таблицы истинности.

Задания для практической работы

1.1. Выяснить, является ли указанное выражение высказыванием:

- | | |
|---------------------------|-----------------------------|
| а) Число 16 делится на 2; | б) Пейте томатный сок!; |
| в) $23 < 5$; | г) Который час?; |
| д) $x^2 - 7x + 12$; | е) Все простые числа четны. |

1.2. Установить, истинно или ложно высказывание:

- а) $2 \in \{x \mid 2x^3 - 3x^2 + 1 = 0, x \in R\}$;
- б) $3 \in \left\{ \frac{2n+1}{3n-2}, n \in N \right\}$;
- в) $\{1\} \in N$;
- г) $\{-1, 1, 2\} \in \{x \mid x^3 + x^2 - x - 1 = 0, x \in Z\}$;
- д) Если n делится на 3, то n делится на 9;
- е) $3+4=7$ и $8 \cdot 2 = 16$.

1.3. Даны высказывания: A =«7 – простое число», B =«7 – составное число», C =«8 – простое число», D =«8 – составное число».

Выяснить, ложны или истинны высказывания:

- | | | | |
|-----------------------------|------------------------------|----------------------------------|---------------------------|
| а) $A \& \bar{B}$; | б) $A \rightarrow \bar{C}$; | в) $A \leftrightarrow D$; | г) $B \vee \bar{C}$; |
| д) $\bar{C} \vee \bar{B}$; | е) $D \rightarrow A$; | ж) $\bar{C} \leftrightarrow B$; | з) $\bar{B} \& \bar{D}$. |

1.4. Определить логическое значение высказывания P , если данные высказывания истинны:

- а) $\bar{P} \& (3 \cdot 3 = 9)$; б) $\bar{P} \vee (3 \cdot 3 = 9)$; в) $(3 \cdot 3 = 9) \rightarrow \bar{P}$;
 г) $P \leftrightarrow (3 \cdot 2 = 7)$; д) $\bar{P} \rightarrow (3 \cdot 2 = 7)$; е) $(3 \cdot 2 = 7) \vee P$.

1.5. Определить логическое значение высказывания P , если данные высказывания ложны:

- а) Если 8 – четное число, то P ;
 б) Если \bar{P} , то 7 – четное число;
 в) Если $6 \leq 7$, то \bar{P} ;
 г) \bar{P} – четное число и $6 \leq 7$;
 д) P – четное число тогда и только тогда, когда 8 – четное число;
 е) $6 \leq 7$ тогда и только тогда, когда \bar{P} .

ПР № 11. Решение практических задач на определение вероятности события.

Цель: Закрепить знания и умения по теории вероятности при решении задач.

Необходимые знания для выполнения задания: вероятность, классическое определение вероятности, виды событий, формула полной вероятности.

Задания для практической работы

1	. В ящике с деталями оказалось 300 деталей I сорта, 200 деталей II сорта и 50 деталей III сорта. Наудачу вынимают одну из деталей. Чему равна вероятность вынуть деталь I, II или III сорта?
2	. В урне находятся 20 белых и 15 черных шаров. Наудачу вынимают один шар, который оказывается белым, и откладывают его в сторону. После этого берут еще один шар. Найдите вероятность того, что этот шар тоже окажется белым.
3	. В урне находятся 7 белых и 5 черных шаров. Найдите вероятность того, что 1) наудачу вынутый шар окажется черным; 2) два наудачу вынутых шара окажутся черными.
4	. Считая выпадение любой грани игральной кости одинаково вероятным, найдите вероятность выпадения грани с нечетным числом очков.
5	. В ящике в случайном порядке положены 10 деталей, из которых 4 стандартных. Контролер берет наудачу 3 детали. Найдите вероятность того, что хотя бы одна из взятых деталей окажется стандартной.

6	Вероятность попадания баскетболистом в кольцо равна 0,6. Баскетболист сделал серию из четырех бросков. Какова вероятность того, что при этом было ровно три попадания?
7	В ящике сложены 16 деталей, изготовленных на первом участке, 24 на втором, 20 — на третьем. Вероятности P_1, P_2, P_3 того, что детали, изготовленные на соответствующих участках, имеют отличное качество, составляет $P_1 = 0,8, P_2 = 0,6, P_3 = 0,8$. Определите вероятность того, что наудачу извлеченная деталь окажется отличного качества.
8	Рабочий обслуживает два автомата, работающих независимо друг от друга. Вероятность того, что в течение часа первый автомат не потребует внимания рабочего, равна 0,8, а для второго автомата эта вероятность равна 0,7. Найдите вероятность того, что в течение часа ни один из автоматов не потребует внимания рабочего.

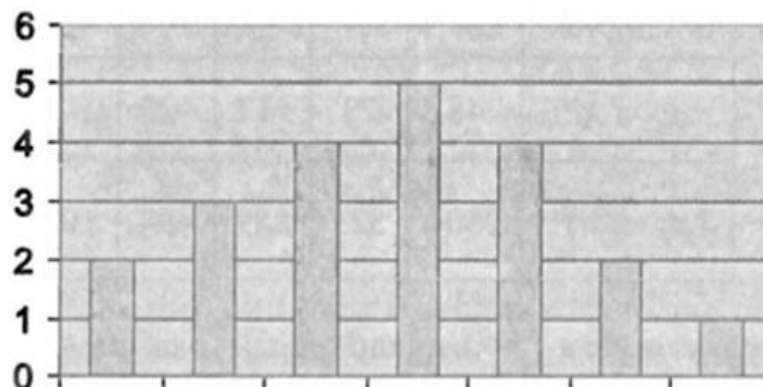
ПР №12. Решение прикладных задач методами математической статистики.

Цель: Закрепить знания и умения по математической статистике при решении задач.

Необходимые знания для выполнения задания: вероятность, классическое определение вероятности, виды событий, формула полной вероятности, средне квадратичное, дисперсия, математическое ожидание.

Задания для практической работы

1. Жалобы на опоздания электричек, поступившие в диспетчерскую станции Семафорово в течение недели, позволили составить следующую диаграмму частот по опозданиям за неделю:



Определите среднее число опозданий в день за неделю и среднеквадратичное отклонение.

2. На стройку с кирпичного завода привезли 20 упаковок кирпича. Чтобы проверить качество партии, из каждой упаковки вытащили случайным образом по кирпичу и замерили длину каждого. Ниже представлены полученные величины (в см): 20,5; 20,1; 21,3; 20,3; 19,8; 19,2; 20,1; 19,6; 20,2; 20; 20,5; 19,7; 19,9; 20,5; 19,6; 20,1; 19,4; 19,8; 19,1; 20,3.

а) Определите среднюю длину кирпича.

б) Найдите величину среднеквадратичного отклонения длины кирпича от средней.

в) Какой процент кирпичей, длина которых отличается от средней больше, чем на 0,2 см? Больше чем на величину среднеквадратичного отклонения?

3. Пасечник заметил, что пчелы в двух его ульях производят мед неравномерно. Раз в 10 дней он вынимал соты из улья и заносил в таблицу массу (в кг) снятого меда, выработанного пчелами за десять дней.

а) Пчелы какого из ульев работают более стабильно? (Сделайте вывод, вычислив величину среднеквадратичного отклонения количества произведенного меда.)

б) Если в первом улье живет 100 пчел, а во втором 75 пчел, то сколько в среднем произвела меду за период с 19 по 28 августа каждая пчела 1 и 2 улья?

Интервалы времени	Масса меда (в кг)	
	1-й улей	2-й улей
С 20 по 30 апреля	11,4	11,9
С 1 апреля по 10 мая	12	10,8
С 11 по 20 мая	11,5	13,2
С 21 по 30 мая	11,7	12,6
С 31 мая по 9 июня	11	11,1
С 10 по 19 июня	10,6	11,4
С 20 по 29 июня	13,1	13,2
С 30 июня по 9 июля	12,8	12,9
С 10 по 19 июля	11,9	13,5
С 20 по 29 июля	13	10,9
С 30 июля по 8 августа	12,5	12,3
С 9 по 18 августа	12,9	11,7
С 19 по 28 августа	11,6	12
С 29 августа по 8 сентября	12	10,5

5. ЛИТЕРАТУРА

1. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала анализа. 10-11 классы : учеб. для общеобразоват. организаций : базовый и углублю уровни / [Ш.А. Алимов и др.]. – 9-е изд. - М., : Просвещение, 2021. – 463 с.: ил. – ISBN 978-5-09-077925-8
2. Богомолов Н.В. Математика : учебник для среднего профессионального образования / Н. В. Богомолов, П. И. Самойленко. — 5-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 401 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-07878-7